

考点 2.1.4 平面向量多选题

【知识梳理】

1. 向量集数与形于一身，既有代数的抽象性又有几何的直观性，向量方法是几何研究的一个有效的强有力工具—重视数形结合。
2. 综合运用向量及其运算，强调加强使用“向量回路”、数乘向量、数量积解决问题，加强利用“基底法”解决问题—重视基本定理的核心地位。

【典型例题】



2.1.4.1 【数学思维】平面向量多选题与应试思维综合应用

难度 ★★★★★

【例 1】 难度 ★★☆☆

(多选) 已知平面向量 $\vec{a} = (1, 1)$, $\vec{b} = (-3, 4)$, 则下列说法正确的是 ()

A. $\cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\sqrt{2}}{10}$

B. $\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 方向上的投影向量为 $\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{a}$

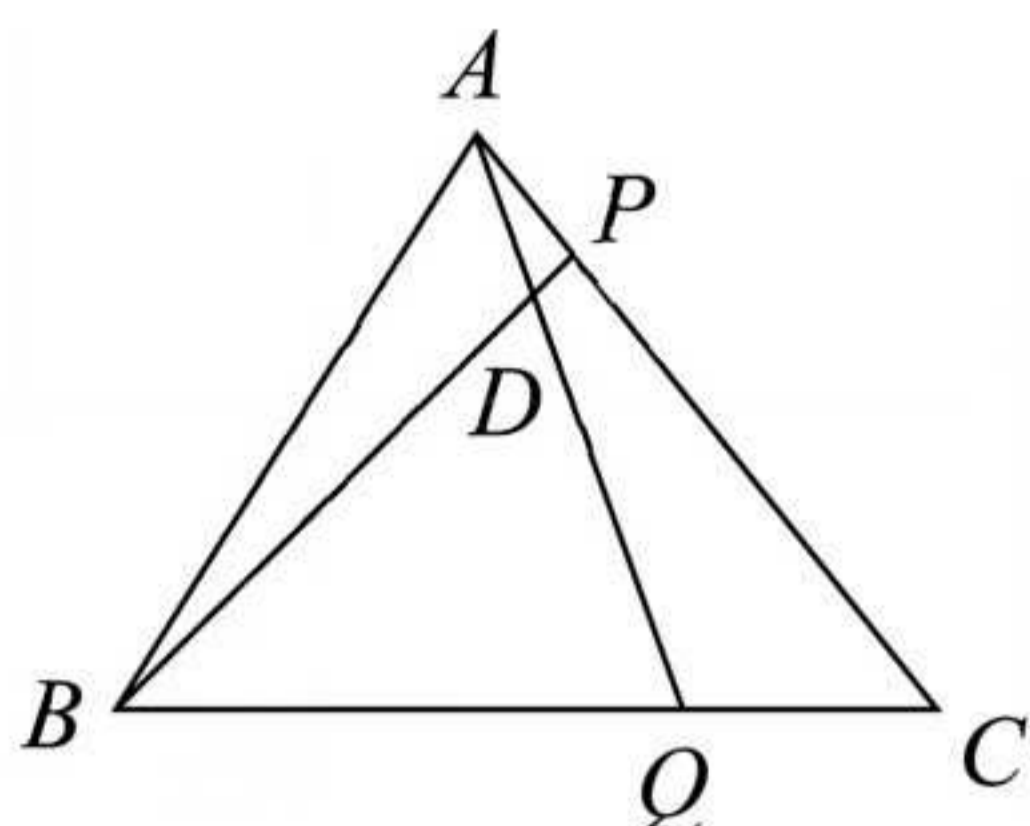
C. 与 $\vec{b}$ 共线的单位向量的坐标为 $(\frac{-3}{5}, \frac{4}{5})$

D. 若向量 $\vec{a} + \lambda \vec{b}$ 与向量 $\vec{a} - \lambda \vec{b}$ 共线, 则 $\lambda = 0$

2

☆☆☆

(多选) 在 $\triangle ABC$ 中, P, Q 分别为边 AC, BC 上一点, BP, AQ 交于点 D , 且满足 $\overrightarrow{AP} = t \overrightarrow{PC}$, $\overrightarrow{BQ} = \lambda \overrightarrow{QC}$, $\overrightarrow{BD} = \mu \overrightarrow{DP}$, $\overrightarrow{AD} = m \overrightarrow{DQ}$, 则下列结论正确的为 ()



- A. 若 $t = \frac{1}{2}$ 且 $\lambda = 3$, 则 $m = \frac{2}{3}$, $\mu = 9$
- B. 若 $\mu = 2$ 且 $m = 1$, 则 $\lambda = \frac{1}{3}$, $t = \frac{1}{2}$
- C. 若 $\frac{1}{\lambda} - \frac{2}{t} = 1$, 则 $\frac{1}{\mu} - \frac{2}{t} = 1$
- D. $\frac{\lambda}{1+\lambda} \cdot \frac{t+1}{t} \cdot \frac{m}{m+1} + \frac{1}{1+\lambda} \cdot \frac{m}{m+1} = 1$

【例 3】 难度 ☆☆☆

(多选) 设 Ox, Oy 是平面内相交的两条数轴, 其中 $\angle xOy = \theta (0 < \theta < \pi \text{ 且 } \theta \neq \frac{\pi}{2})$, $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ 分别是与 x 轴, y 轴正方向同向的单位向量. 若平面向量 $\vec{a}$ 满足 $\vec{a} = x \vec{e}_1 + y \vec{e}_2$, 则有序数对 (x, y) 称为向量 $\vec{a}$ 在“仿射”坐标系 xOy 下的“仿射”坐标, 记作 $\vec{a} = (x, y)\theta$, 下列命题中是真命题的是 ()

- A. 已知 $\vec{a} = (2, 3) \frac{\pi}{3}$, 则 $|\vec{a}| = \sqrt{13}$
- B. 已知 $\vec{a} = (x_1, y_1)\theta$, $\vec{b} = (x_2, y_2)\theta$, 则 $\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)\theta$
- C. 已知 $\vec{a} = (-1, 2)\theta$, $\vec{b} = (2, 1)\theta$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
- D. 已知 $\vec{a} = (x_1, y_1)\theta$, $\vec{b} = (x_2, y_2)\theta$, 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $x_2 \cdot y_1 = x_1 \cdot y_2$

考点 2.1.5 平面向量的应用

【知识梳理】

1. 正弦定理：在一个三角形中，各边长和它所对的正弦的比相等，即：

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

2. 余弦定理：三角形任何一条边的平方等于其他两边的平方和减去这两条边与他们夹角的余弦的积的两倍，即：

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

3. 余弦定理的重要变形：

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

4. 三角形的面积公式：

$$\textcircled{1} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}a \cdot h_a = \frac{1}{2}b \cdot h_b = \frac{1}{2}c \cdot h_c \text{ (其中 } h_a, h_b, h_c \text{ 分别为 } a, b, c \text{ 上的高)}$$

$$\textcircled{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab\sin C = \frac{1}{2}ac\sin B = \frac{1}{2}bc\sin A$$

$$\textcircled{3} S_{\triangle ABC} = 2R^2 \sin A \sin B \sin C = \frac{abc}{4R} \text{ (用正弦定理由 } \textcircled{2} \text{ 推出)}$$

$$\textcircled{4} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}r(a+b+c) = \frac{1}{2}rl \text{ (其中 } r, l \text{ 分别为内切圆半径与三角形周长)}$$