

专题 2.5 概率

考点 2.5.1 随机事件与概率

【知识梳理】

1. 随机事件及其概率

1) 随机试验 E 的每个可能的基本结果称为样本点, 全体样本点的集合称为试验 E 的样本空间, 用 Ω 表示样本空间, 用 ω 表示样本点;

2) Ω 总会发生, 我们称 Ω 为必然事件; $\emptyset$ 为不可能事件;

2. 互斥事件与对立事件

1) 不可能同时发生的两个事件称为互斥事件;

2) 如果事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 任意两个都是互斥事件, 则称事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 彼此互斥.

3) 如果事件 A, B 互斥, 那么事件 $A+B$ 发生的概率, 等于事件 A, B 发生的概率的和, 即:

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

4) 如果事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 彼此互斥, 则有:

$$P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$$

5) 对立事件: 两个互斥事件中必有一个要发生, 则称这两个事件为对立事件.

① 事件 A 的对立事件记作 $\bar{A}$

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1, P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

② 对立事件一定是互斥事件, 互斥事件未必是对立事件.

3. 古典概型

具有以下两个特征的试验称为古典概型试验, 其数学模型称为古典概率模型, 简称古典概型:

1) 有限性: 样本空间的样本点只有有限个;

2) 等可能性: 每个样本点发生的可能性相等.

古典概型中的基本事件: 一次试验中可能出现的每一个基本结果;

古典概型概率计算公式: 一次试验的等可能基本事件共有 n 个, 事件 A 包含了其中的 m 个

基本事件, 则事件 A 发生的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

【典型例题】



2.5.1.1 样本空间与随机事件

难度 ★☆☆

【例 1】 难度 ★☆☆

关于样本点、样本空间，下列说法错误的是 ()

- A. 样本点是构成样本空间的元素
- B. 样本点是构成随机事件的元素
- C. 随机事件是样本空间的子集
- D. 随机事件中样本点的个数可能比样本空间中的多

【例 2】 难度 ★☆☆

下列事件：

- ①连续两次抛掷同一个骰子，两次都出现 2 点；
- ②某人买彩票中奖；
- ③从集合 $\{1, 2, 3\}$ 中任取两个不同元素，它们的和大于 2；
- ④在标准大气压下，水加热到 90°C 时会沸腾；
- ⑤射击运动员某次比赛第一枪击中 9 环；
- ⑥投掷 2 颗质地均匀的骰子，点数之和为 14；
- ⑦13 个人中至少有 2 个人的生日在同一个月；
- ⑧抛掷一枚质地均匀的硬币，字朝上；
- ⑨方程 $x^2 + 2x + 5 = 0$ 有两个不相等的实数根；
- ⑩从四双不同的袜子中，任取五只，其中至少有两只袜子是一双。

其中是随机事件是_____；必然事件是_____；不可能事件是_____。

3 ☆☆☆

在 200 件产品中,有 192 件一级品,8 件二级品,则下列事件:

- ①在这 200 件产品中任意选出 9 件,全部是一级品;
- ②在这 200 件产品中任意选出 9 件,全部是二级品;
- ③在这 200 件产品中任意选出 9 件,不全是一级品;
- ④在这 200 件产品中任意选出 9 件,其中不是一级品的件数小于 100.

其中 _____ 是必然事件; _____ 是不可能事件; _____ 是随机事件.

【例 4】 难度 ☆☆☆

抛掷甲、乙两颗骰子,所得点数之和为 X ,那么 $X=4$ 表示的基本事件是 ()

- A. 一颗是 3 点,一颗是 1 点
- B. 两颗都是 2 点
- C. 一颗是 3 点,一颗是 1 点或两颗都是 2 点
- D. 甲是 3 点,乙是 1 点或甲是 1 点,乙是 3 点或两颗都是 2 点

【例 5】 难度 ☆☆☆

从 0, 1, 2 这三个数字中:

- (1)不放回地取两次,每次取一个,将这两个数构成有序数对 (x, y) ,其中 x 为第一次取到的数字, y 为第二次取到的数字,则该试验的样本空间为 _____;
- (2)有放回地取两次,每次取一个,将这两个数构成有序数对 (x, y) ,其中 x 为第一次取到的数字, y 为第二次取到的数字,则该试验的样本空间为 _____;
- (3)一次取出两个数字构成集合,则该试验的样本空间为 _____.

6 ☆☆☆

把一套分上、中、下三册的选集随机地放在书架上.

- (1) 写出这个试验的样本空间;
- (2) 求这个试验样本点的个数;
- (3) 写出“上册在三册中的最左边”这一事件所包含的样本点.

【例 7】 难度 ☆☆☆

已知某校高一、高二、高三 3 个年级学生的环保社团志愿者人数分别为 30, 15, 15. 现按年级进行分层, 采用比例分配的分层随机抽样的方法从中抽取 4 名同学参加垃圾分类知识交流活动.

- (1) 应从高一、高二、高三 3 个年级的环保社团志愿者中分别抽取多少人?
- (2) 设抽出的 4 名同学分别用 A, B, C, D 表示, 现从中随机抽取 2 名同学分别在上午和下午作交流发言.
 - ① 写出这个试验的样本空间和样本点个数;
 - ② 设事件 $M =$ “抽取的 2 名同学来自不同年级”, 求 M 中所包含的样本点个数.