

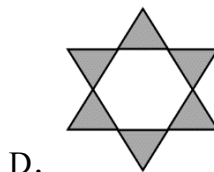
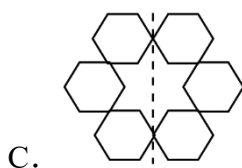
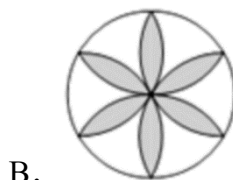
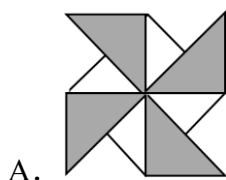
习题 L8-11: 轴对称

参考答案与试题解析

1. 一个平面图形沿一条直线折叠, 如果直线两旁的部分能够互相重合, 那么这个图形就叫做_____, 这条直线就是它的_____; 把一个图形沿着某一条直线折叠, 如果它能够与另一个图形重合, 那么就说这两个图形_____, _____叫做对称轴.

【答案】轴对称图形, 对称轴; 关于这条直线(成轴)对称, 这条直线.

2. 下列图形中, 不是轴对称图形的是()



【答案】 A

3. 下列四个关于轴对称的判断①对称轴可以是直线、线段或射线; ②轴对称图形的对称轴至少有一条; ③成轴对称的两个图形全等, 全等的两个图形成轴对称; ④线段是轴对称图形中, 正确的是()

A. ①②

B. ②③

C. ①③

D. ②④

【答案】 D

4. 有下列说法: ①线段的对称轴有两条; ②角是轴对称图形, 它的平分线就是它的对称轴; ③两点关于连接它们的线段的垂直平分线对称; ④到直线 l 的距离相等的两个点关于直线 l 对称. 其中正确的有()

A. 4 个

B. 3 个

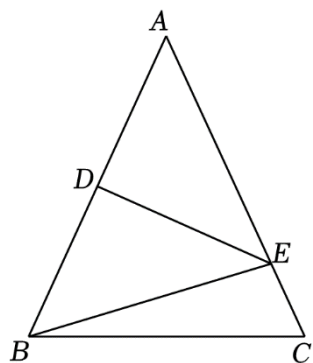
C. 2 个

D. 1 个

【答案】 C

【分析】①线段所在的直线和垂直平分线, 正确; ③正确; ④如果点在直线 l 的同侧则不成立.

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AB 的垂直平分线 DE 与边 AB ， AC 分别交于点 D ， E 。已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle BCE$ 的周长分别为 22cm 和 14cm ，则 BD 的长为()



A. 4cm

B. 6cm

C. 8cm

D. 10cm

【答案】 A

【分析】 $\because DE$ 是 AB 的垂直平分线，

$$\therefore EA = EB, \quad AD = BD = \frac{1}{2} AB,$$

$\because \triangle BCE$ 的周长是 14cm ，

$$\therefore BC + BE + EC = 14\text{cm},$$

$$\therefore BC + AE + EC = 14\text{cm},$$

$$\therefore AC + BC = 14\text{cm};$$

$\because \triangle ABC$ 的周长是 22cm ，

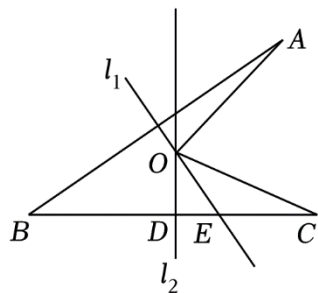
$$\therefore AB + AC + BC = 22\text{cm},$$

$$\therefore AB = 22 - 14 = 8(\text{cm}),$$

$$\therefore BD = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm}).$$

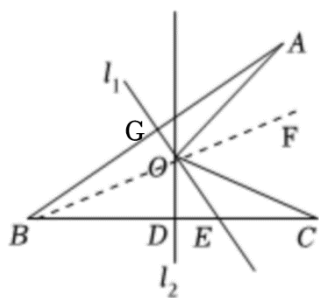
6. 如图，直线 l_1 、 l_2 分别垂直平分线段 AB 、 BC ，交于点 O 。若 $\angle AOC = 70^\circ$ ，则

$\angle DOE = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ 。



【答案】 35.

【分析】如图，连接 BO 并延长至 F 。



$$\because \angle AOF = \angle ABO + \angle BAO, \quad \angle COF = \angle CBF + \angle C,$$

$$\therefore \angle AOC = \angle AOF + \angle COF = \angle ABO + \angle A + \angle CBO + \angle C = \angle ABC + \angle A + \angle C = 70^\circ.$$

$\because$ 直线 l_1 、 l_2 分别垂直平分线段 AB 、 BC ,

$$\therefore AO = BO, \quad CO = BO, \quad \angle BGE = 90^\circ, \quad \angle ODE = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle A = \angle ABO, \quad \angle C = \angle CBF.$$

$$\therefore \angle ABO + \angle A + \angle CBO + \angle C = 2\angle ABO + 2\angle CBO = 70^\circ.$$

$$\therefore \angle ABO + \angle CBO = 35^\circ.$$

$$\therefore \angle ABC = 35^\circ.$$

$$\therefore \angle BEG = 180^\circ - \angle GBE - \angle BGE = 180^\circ - 35^\circ - 90^\circ = 55^\circ.$$

$$\therefore \angle DOE = 180^\circ - \angle ODE - \angle OED = 180^\circ - 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ.$$

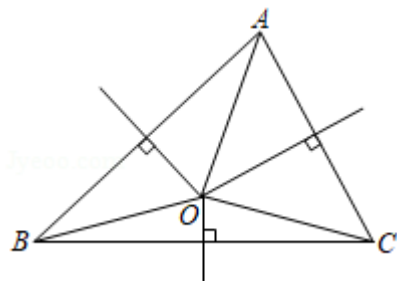
故答案为：35.

7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AB 边和 AC 边的垂直平分线交于点 O 。

求证：

(1) $OA = OB = OC$ 。

(2) $\triangle ABC$ 三边的垂直平分线交于一点。



【分析】证明：(1) $\because AB$ 边和 AC 边的垂直平分线交于点 O ,

$$\therefore OA = OB, \quad OA = OC,$$

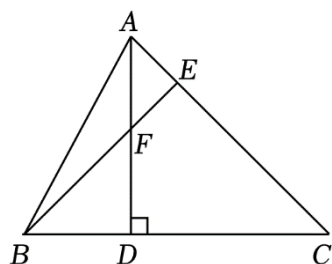
$$\therefore OA = OB = OC;$$

(2) $\because OB = OC$,

$\therefore$ 点 O 在线段 BC 的垂直平分线上,

$\therefore \triangle ABC$ 三边的垂直平分线交于一点.

8. 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是高, 点 E 在线段 BC 的垂直平分线上, 连接 BE , 交 AD 于点 F . 求证: 点 E 在线段 AF 的垂直平分线上.



【分析】 证明: $\because$ 点 E 在线段 BC 的垂直平分线上,

$\therefore EB = EC$,

$\therefore \angle EBC = \angle C$,

$\because AD \perp BC$,

$\therefore \angle C + \angle DAC = 90^\circ$, $\angle EBC + \angle BFD = 90^\circ$,

$\therefore \angle BFD = \angle DAC$,

$\because \angle BFD = \angle AFE$,

$\therefore \angle AFE = \angle DAC$,

$\therefore EA = EF$,

$\therefore$ 点 E 在线段 AF 的垂直平分线上.

习题 L8-12：轴对称中的作图与坐标表示

参考答案与试题解析

1. 作图题：

(1) a ， b 分别代表铁路和公路，点 M 、 N 分别代表两个村庄．现要建一个发射塔（用 C 点表示），使发射塔到铁路、公路距离相等，且到两个村庄距离相等．请用尺规作图找出所有符合条件的点，注明点 C 的位置（保留作图痕迹，不写作法，若有多个点，可用 C_1 、 C_2 ... 表示）．

(2) 在图中作出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴的对称图形 $\triangle A_1B_1C_1$ ．

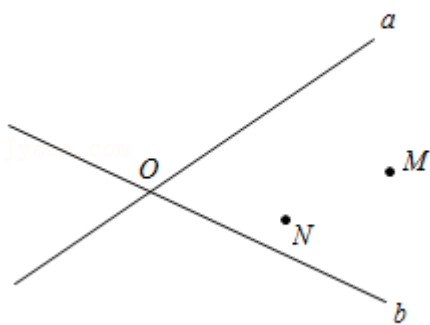


图1

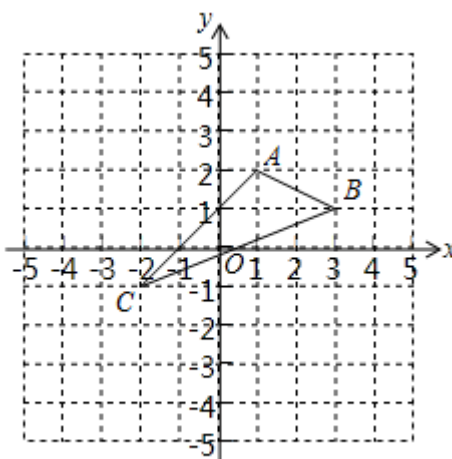


图2

【分析】(1) 如图 1，点 C 即为所求；

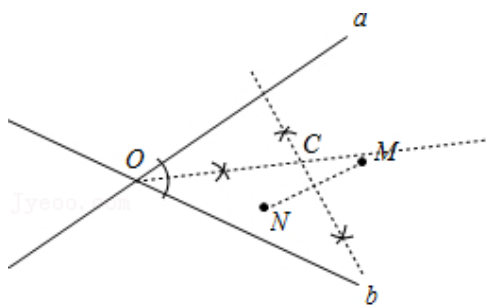


图1

(2) 如图 2， $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求．

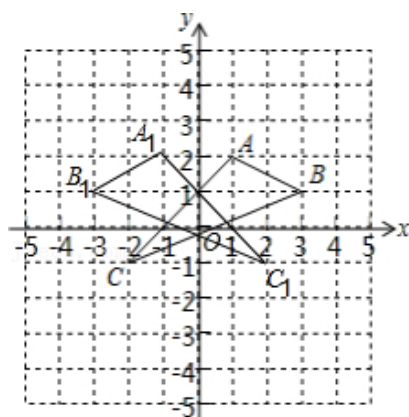
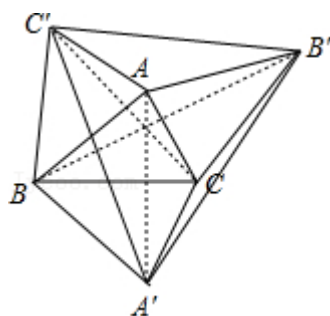


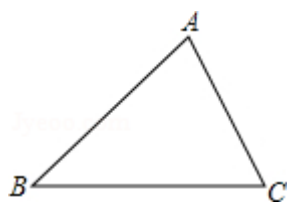
图2

2. 任意作出一个 $\triangle ABC$ ，分别以 AB 、 BC 、 CA 为对称轴，作 $\triangle ABC$ 的轴对称图形 $\triangle ABC'$ ， $\triangle BCA'$ ， $\triangle CAB'$ 。再作出 $\triangle A'B'C'$ ，观察所得到的图形。

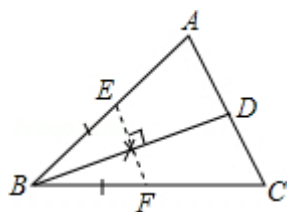
【分析】如图， $\triangle ABC'$ ， $\triangle BCA'$ ， $\triangle CAB'$ ， $\triangle A'B'C'$ 即为所求。



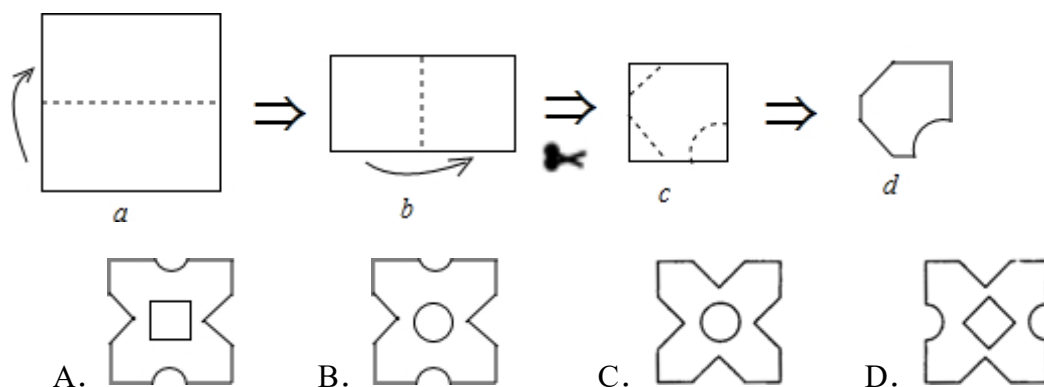
3. 作图题：如图，在 $\triangle ABC$ 中，作 $\angle ABC$ 的平分线 BD ，交 AC 于 D ，点 E 是边 AB 上的中点，作点 E 关于直线段 BD 的对称点（不写作法，保留作图痕迹）。



【分析】如图所示。



4. 将一个正方形纸片依次按图 a ， b 的方式对折，然后沿图 c 中的虚线裁剪，成图 d 样式，将纸展开铺平，所得到的图形是图中的()



【答案】 D

5. 分别写出下列各点关于 x 轴、 y 轴对称的点的坐标：

$A(-2,0)$ ；

$B(2,-3)$ ；

$C(-4,-2)$ ；

$D(-3,2)$ ；

$E(0,-1)$ ；

$F(2,3)$ 。

【分析】

$A(-2,0)$ 关于 x 轴对称的点的坐标是 $(-2,0)$ ，关于 y 轴对称的点的坐标是 $(2,0)$ ；

$B(2,-3)$ 关于 x 轴对称的点的坐标是 $(2,3)$ ，关于 y 轴对称的点的坐标是 $(-2,-3)$ ；

$C(-4,-2)$ 关于 x 轴对称的点的坐标是 $(-4,2)$ ，关于 y 轴对称的点的坐标是 $(4,-2)$ ；

$D(-3,2)$ 关于 x 轴对称的点的坐标是 $(-3,-2)$ ，关于 y 轴对称的点的坐标是 $(3,2)$ ；

$E(0,-1)$ 关于 x 轴对称的点的坐标是 $(0,1)$ ，关于 y 轴对称的点的坐标是 $(0,-1)$ ；

$F(2,3)$ 关于 x 轴对称的点的坐标是 $(2,-3)$ ，关于 y 轴对称的点的坐标是 $(-2,3)$ 。

6. 若点 $P(4,y)$ ， $Q(x,-5)$ 关于 x 轴对称，则 $x=$ _____， $y=$ _____。

【答案】 4； 5。

7. 已知点 $A(2a-5,3)$ ， $B(-7,2b+1)$ 。

(1) 若点 A , B 关于 x 轴对称, 试求 a , b 的值;

(2) 若点 A , B 关于 y 轴对称, 试求 $a-2b$ 的值.

【分析】 (1) 由题意得:

$$2a-5=-7, \quad 2b+1=-3,$$

解得: $a=-1$, $b=-2$;

(2) 由题意得:

$$2a-5=7, \quad 2b+1=3,$$

解得: $a=6$, $b=1$ 则 $a-2b=4$.

8. (1) 如果点 (a,b) 在第四象限, 那么点 $(-a,b)$ 在第____象限;

(2) 如果点 (a,b) 在第三象限, 那么点 $(a+b,-b)$ 在第____象限;

(3) 点 (a,b) 与点 $(-a,b)$ 关于____对称;

(4) 点 (a,b) 与点 $(a,-b)$ 关于____对称.

【答案】 (1) 三; (2) 二; (3) y 轴; (4) x 轴.

9. 如果两个图形关于坐标轴成轴对称, 那么各对应顶点的坐标之间有什么关系呢?

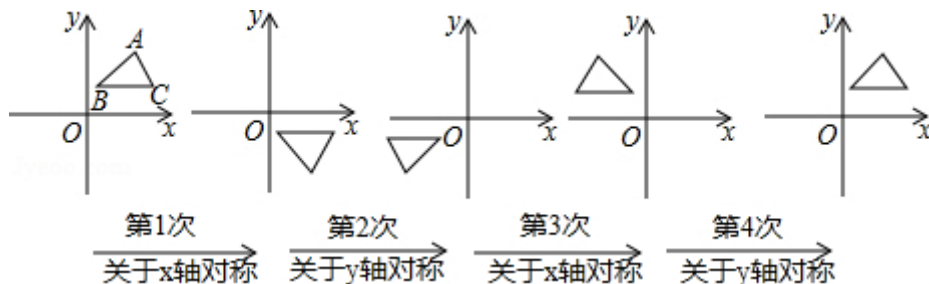
【分析】

如果两个图形关于 x 轴对称, 那么各对应顶点的横坐标不变, 纵坐标互为相反数;

如果两个图形关于 y 轴对称, 那么各对应顶点的纵坐标不变, 横坐标互为相反数.

10. 如图, 在平面直角坐标系中, 对 $\triangle ABC$ 进行循环往复的轴对称变换, 若原来点

A 坐标是 (a,b) , 则经过第 2016 次变换后所得的 A 点坐标是_____.



【答案】 (a,b)

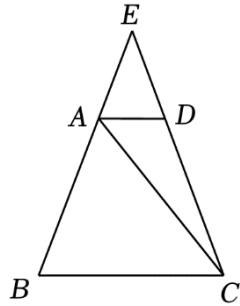
【分析】 观察不难发现, 4 次变换为一个循环组依次循环, 用 2016 除以 4, 根据

正好整除可知点 A 与原来的位置重合，从而得解.

习题 L8-13：等腰三角形

参考答案与试题解析

1. 如图，在等腰 $\triangle EBC$ 中， $EB = EC$ ， $AB = BC$ ， $\angle E = 40^\circ$ ， $\angle ACD$ 的度数为()



- A. 10° B. 15° C. 25° D. 30°

【答案】 B

【分析】 $\because BE = EC$ ， $\angle E = 40^\circ$ ，

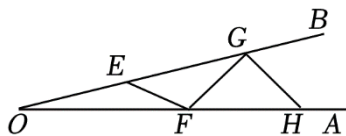
$$\therefore \angle B = \angle BCE = (180^\circ - 40^\circ) \div 2 = 70^\circ,$$

$$\because AB = BC,$$

$$\therefore \angle ACB = (180^\circ - 70^\circ) \div 2 = 55^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle BCE - \angle ACB = 70^\circ - 55^\circ = 15^\circ.$$

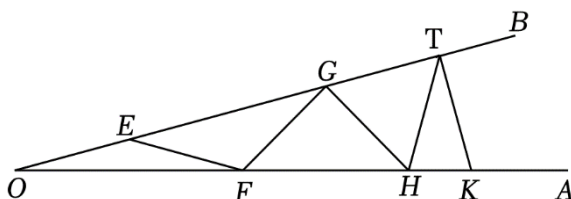
2. 如图所示， $\angle AOB$ 是一钢架，且 $\angle AOB = 15^\circ$ ，为使钢架更加坚固，需在其内部添加一些钢管 EF ， FG ， GH ，...，添加的钢管长度都与 OE 相等，则最多能添加这样的钢管()根.



- A. 4 B. 5 C. 8 D. 无数

【答案】 B

【分析】 如图所示：



依题意得：第一个等腰 $\triangle EOF$ 的底角 $\angle O = 15^\circ$ ，

第二个等腰 $\triangle FEG$ 的底角 $\angle FEG = 15^\circ + 15^\circ = 30^\circ$ ，

第三个等腰 $\triangle GFH$ 的底角 $\angle GFH = 30^\circ + 15^\circ = 45^\circ$ ，

第四个等腰 $\triangle HGT$ 的底角 $\angle HGT = 45^\circ + 15^\circ = 60^\circ$ ，

第五个等腰 $\triangle THK$ 的底角 $\angle THK = 60^\circ + 15^\circ = 75^\circ$ ，

此时 $\angle KTB = 75^\circ + 15^\circ = 90^\circ$ ，

因此不存在第六个等腰三角形，

$\therefore$ 最多只能作出五个等腰三角形，

$\therefore$ 最多只能添加这样的钢管 5 根.

3. 等腰三角形的两个底角相等，顶角的度数比一个底角度数的 2 倍多 20° ，则这个底角的度数是()

A. 30°

B. 40°

C. 50°

D. 60°

【答案】 B

4. 若等腰三角形的周长为 19cm ，一边长为 7cm ，则腰长为()

A. 7cm

B. 5cm

C. 7cm 或 5cm

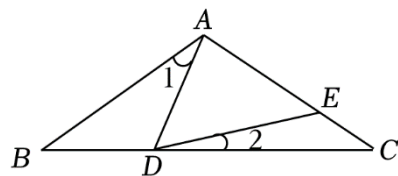
D. 7cm 或 6cm

【答案】 D

【分析】 当 7cm 为腰长时，底边为 5cm ，符合三角形三边关系；

当 7cm 为底边时，腰长为 6cm ，符合三角形三边关系；

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = \angle C = 36^\circ$ ， D ， E 分别是线段 BC 、 AC 上的一点，根据下列条件之一，不能确定 $\triangle ADE$ 是等腰三角形的是()



A. $\angle 1 = 2\angle 2$

B. $\angle 1 + \angle 2 = 72^\circ$

C. $\angle 1 + 2\angle 2 = 90^\circ$

D. $2\angle 1 = \angle 2 + 72^\circ$

【答案】 C

【分析】 首先求出 $\angle BAC = 108^\circ$ ，则 $\angle DAE = 108^\circ - \angle 1$ ，再求出 $\angle AED = 36^\circ + \angle 2$ ， $\angle ADE = 36^\circ + \angle 1 - \angle 2$ ，分别根据四个选项中的条件求出 $\angle DAE$ ， $\angle AED$ ， $\angle ADE$ 的大小，然后再进行比较即可得出答案.

6. 下列条件中，可以判定 $\triangle ABC$ 是等腰三角形的是()

A. $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 80^\circ$

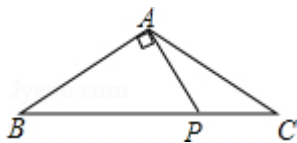
B. $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$

C. $2\angle A = \angle B + \angle C$

D. 三个角的度数之比是 2:2:1

【答案】 D

7. 已知，如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle BAC = 120^\circ$ ， P 是 BC 上的点且 $PA \perp AB$ ，
求证： $AP = PC$.



【分析】证明： $\because AB = AC$ ， $\angle BAC = 120^\circ$ ，

$$\therefore \angle B = \angle C = 30^\circ,$$

$$\because PA \perp AB,$$

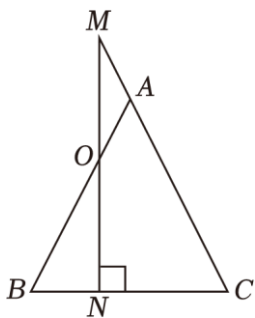
$$\therefore \angle BAP = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PAC = \angle BAC - \angle BAP = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle C = \angle PAC,$$

$$\therefore AP = PC.$$

8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 M 在 CA 的延长线上， $MN \perp BC$ 于点 N ，交 AB 于点 O ，若 $AO = 3$ ， $BO = 4$ ，则 MC 的长度为()



A. 12

B. 9

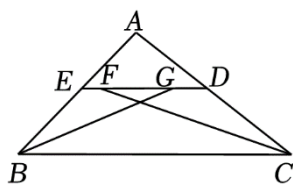
C. 10

D. 11

【答案】 C

【分析】根据等腰三角形的性质可得 $\angle B = \angle C$ ，再根据垂直定义可得 $\angle MNC = \angle MNB = 90^\circ$ ，从而可得 $\angle B + \angle BON = 90^\circ$ ， $\angle C + \angle M = 90^\circ$ ，然后利用等角的余角相等可得 $\angle M = \angle BON$ ，再根据对顶角相等可得 $\angle BON = \angle MOA$ ，从而可得 $\angle M = \angle MOA$ ，进而可得 $AM = AO = 3$ ，最后利用线段的和差关系，进行计算即可.

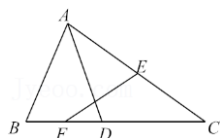
9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $ED \parallel BC$ ， $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的角平分线分别交 ED 于点 G ， F ，若 $BE=4$ ， $CD=6$ ， $FG=3$ ．则 ED 的长为_____．



【答案】7.

【分析】根据角平分线的定义和平行线的性质可证 $\triangle EBG$ 和 $\triangle DFC$ 是等腰三角形，从而可得 $EB=EG=4$ ， $DC=DF=6$ ，然后利用线段的和差关系进行计算即可．

10. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AC=8$ ，点 D ， E 分别在 BC ， AC 上， F 是 BD 的中点．若 $AB=AD$ ， $EF=EC$ ，则 EF 的长是()



A. 3

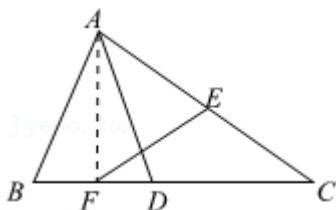
B. 4

C. 5

D. 6

【答案】B

【分析】连接 AF ，



$\because AB=AD$ ， F 是 BD 的中点，

$\therefore AF \perp BD$ ，

$\therefore \angle AFD = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle EAF + \angle C = 90^\circ$ ， $\angle AFE + \angle EFC = 90^\circ$ ，

$\because EF = EC$ ，

$\therefore \angle EFC = \angle C$ ，

$\therefore \angle EAF = \angle AFE$ ，

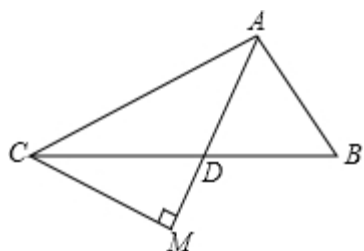
$\therefore EA = EF$ ，

$$\therefore EF = EA = EC = \frac{1}{2}AC = 4.$$

11. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 且 $\angle B = \angle ADB$, 过点 C 作 AD 的延长线的垂线, 垂足为 M .

(1) 若 $\angle DCM = \alpha$, 试用 α 表示 $\angle BAD$;

(2) 求证: $AB + AC = 2AM$.

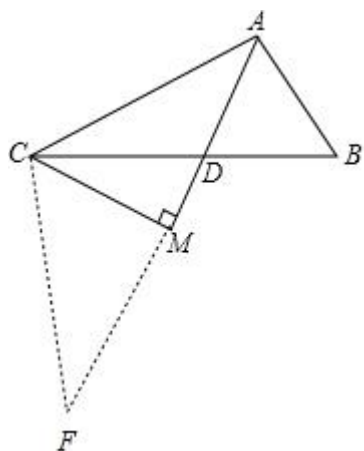


【分析】(1) $\because CM \perp AM$, $\angle DCM = \alpha$,

$$\therefore \angle CDM = \angle ADB = \angle B = 90^\circ - \alpha,$$

$$\therefore \angle BAD = 180^\circ - 2\angle ABD = 180^\circ - 2(90^\circ - \alpha) = 2\alpha;$$

(2) 延长 AM 到 F 使 $MF = AM$, 则有 $AC = CF$,



$\because AD$ 平分 $\angle CAB$

$$\therefore \angle CAF = \angle BAF = \angle F$$

$$\therefore CF \parallel AB$$

$$\therefore \angle FCD = \angle ABD = \angle ADB = \angle CDF$$

$$\therefore CF = DF$$

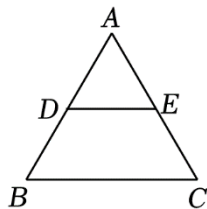
$$\therefore AD + DF = 2MA$$

$$\therefore AB + AC = 2MA$$

习题 L8-14：等边三角形

参考答案与试题解析

1. 如图， $\triangle ABC$ 是等边三角形， $DE \parallel BC$ ．若 $AD=4$ ，则 $\triangle ADE$ 的周长为_____．



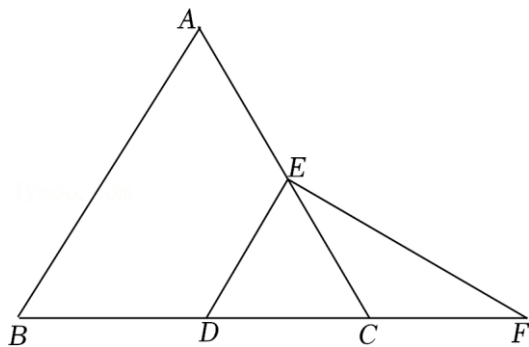
【答案】12.

【分析】根据等边三角形的性质可得 $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$ ，再利用平行线的性质可得 $\angle ADE = \angle B = 60^\circ$ ， $\angle AED = \angle C = 60^\circ$ ，从而可得 $\angle A = \angle ADE = \angle AED = 60^\circ$ ，进而可得 $\triangle ADE$ 是等边三角形，然后根据等边三角形的性质可得 $AD = DE = AE = 4$ ，进行计算即可．

2. 如图，在等边 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 BC 上，过点 D 作 $DE \parallel AB$ 交 AC 于点 E ，过点 E 作 $EF \perp DE$ ，交 BC 的延长线于点 F ．

(1) 求 $\angle F$ 的度数；

(2) 求证： $DC = CF$ ．



【分析】(1) 解： $\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle B = 60^\circ,$$

$$\because DE \parallel AB,$$

$$\therefore \angle B = \angle EDC = 60^\circ,$$

$$\because DE \perp EF,$$

$$\therefore \angle DEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle F = 90^\circ - \angle EDF = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ;$$

(2) 证明: $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle B = \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\because DE \parallel AB,$$

$$\therefore \angle B = \angle EDC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle EDC = \angle ECD = \angle DEC = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle DEC$ 是等边三角形,

$$\therefore CE = CD,$$

$$\because \angle ECD = \angle F + \angle CEF, \quad \angle F = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle CEF = \angle F = 30^\circ,$$

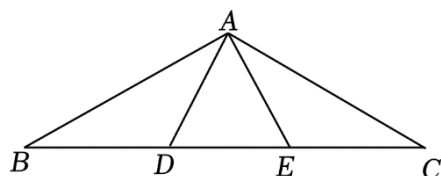
$$\therefore EC = CF,$$

$$\therefore CD = CF.$$

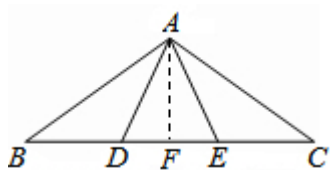
3. 如图, 已知点 D 、 E 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上, $AB = AC$, $AD = AE$.

(1) 求证: $BD = CE$;

(2) 若 $AD = BD = DE = CE$, 求 $\angle BAE$ 的度数.



【分析】(1) 证明: 如图, 过点 A 作 $AF \perp BC$ 于 F .



$$\because AB = AC, \quad AD = AE.$$

$$\therefore BF = CF, \quad DF = EF,$$

$$\therefore BD = CE.$$

$$(2) \because AD = DE = AE,$$

$\therefore \triangle ADE$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle DAE = \angle ADE = 60^\circ.$$

$$\because AD = BD,$$

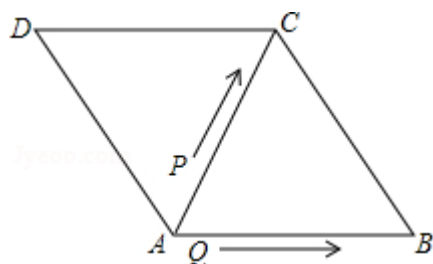
$$\therefore \angle DAB = \angle DBA.$$

$$\therefore \angle DAB = \frac{1}{2} \angle ADE = 30^\circ.$$

$$\therefore \angle BAE = \angle BAD + \angle DAE = 90^\circ.$$

4. 如图所示， $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$ 都是边长为 4 厘米等边三角形，两个动点 P ， Q 同时从 A 点出发，点 P 以 1 厘米/秒的速度沿 $A \rightarrow C \rightarrow B$ 的方向运动，点 Q 以 2 厘米/秒的速度沿 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 的方向运动，当点 Q 运动到 D 点时， P 、 Q 两点同时停止运动。设 P 、 Q 运动的时间为 t 秒。

- (1) 点 P 、 Q 从出发到相遇所用时间是_____秒；
- (2) 当 t 取何值时， $\triangle APQ$ 也是等边三角形？请说明理由；
- (3) 当 $0 < t < 2$ 时，判断 PQ 与 AC 的位置关系。



【答案】 (1) 4;

(2) $\frac{16}{3}$;

(3) PQ 与 AC 互相垂直。

【分析】 (1) 设点 P 、 Q 从出发到相遇所用时间是 t ，根据题意得：

$$t + 2t = AC + AB + BC = 12, \text{ 解得: } t = 4;$$

(2) 如图 1：若 $\triangle APQ$ 是等边三角形，

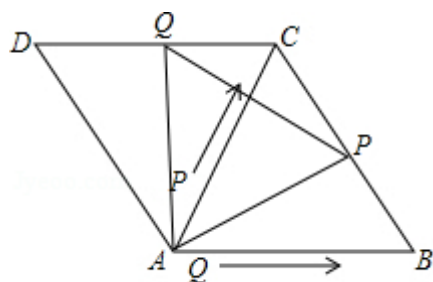


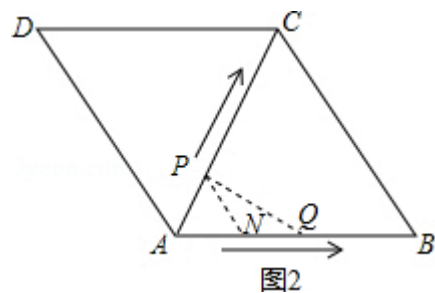
图1

此时点 P 在 BC 上，点 Q 在 CD 上，且 $\triangle ADQ \cong \triangle ACP$ ，

则 $CP = DQ$ ，即 $t - 4 = 4 - (2t - 8)$ ，

解得： $t = \frac{16}{3}$ ；

(3) PQ 与 AC 互相垂直，理由如下：



如图 2 所示：根据题意得： $AQ = 2AP$ ，

取 AQ 的中点 N ，

$\therefore \angle PAQ = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle APN$ 是等边三角形，

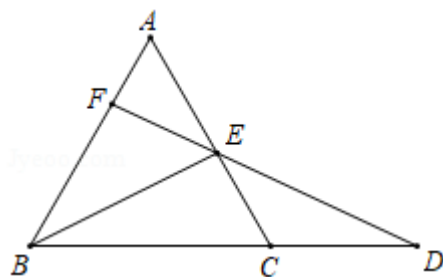
$\therefore PN = AN = NQ$ ，

$\therefore \triangle APQ$ 是直角三角形，

$\therefore \angle APQ = 90^\circ$ ，

即当 $0 < t < 2$ 时， PQ 与 AC 互相垂直。

5. 如图， $AB = AC$ ， $AE = EC = CD$ ， $\angle A = 60^\circ$ ，若 $EF = 2$ ，则 $DF = (\quad)$



A. 3

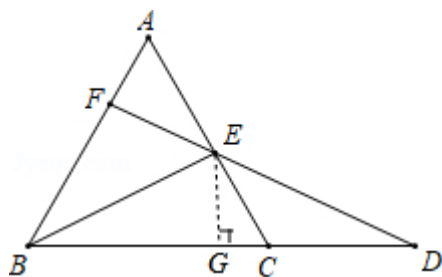
B. 4

C. 5

D. 6

【答案】D；

【分析】如图，过点 E 作 $EG \perp BC$ ，交 BC 于点 G



$$\because AB = AC, \angle A = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\because EC = CD,$$

$$\therefore \angle CED = \angle CDE = \frac{1}{2} \angle ACB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AEF = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AFE = 90^\circ, \text{ 即 } EF \perp AB,$$

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形, $AE = CE$,

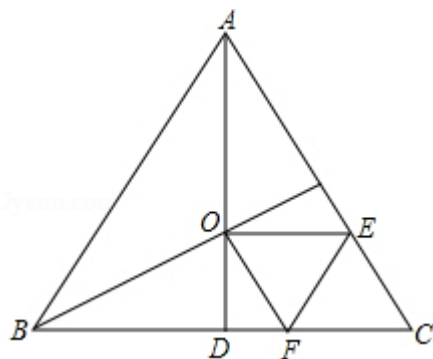
$\therefore BE$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore EG = EF = 2,$$

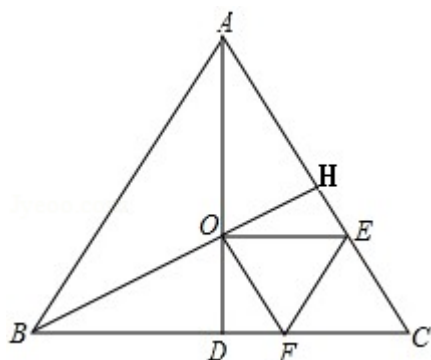
在 $\text{Rt}\triangle DEG$ 中, $DE = 2EG = 4$,

$$\therefore DF = EF + DE = 2 + 4 = 6;$$

6. 等边三角形 ABC 中, AD 是高, $AD = 3$, $\angle ABC$ 的平分线交 AD 于点 O , E 是 AC 边上的运动点, 连接 OE 且以 OE 为边长的等边 $\triangle OEF$, 当 F 点落在 BC 边上时, 请你证明 $\triangle CEF$ 是等边三角形.



【分析】如图:



$\because \triangle ABC$ 是等边三角形， AD 是高， BH 是 $\angle ABC$ 的角平分线，

$\therefore AC = BC$ ， $\angle AHO = \angle EHO = \angle BDO = \angle FDO$ ， $CD = CH$ ，

$\therefore AO = BO$ 。

在 $\triangle AOH$ 与 $\triangle BOD$ 中，

$$\begin{cases} \angle AOH = \angle BOD \\ \angle AHO = \angle BDO, \\ AO = BO \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOH \cong \triangle BOD (AAS)$ 。

$\therefore OH = OD$ 。

$\because \triangle OEF$ 是等边三角形

$\therefore OE = OF$ 。

在 $\text{Rt}\triangle OHE$ 与 $\text{Rt}\triangle ODF$ 中，

$$\begin{cases} OE = OF \\ OH = OD \end{cases},$$

$\therefore \triangle OHE \cong \triangle ODF (HL)$ 。

$\therefore DF = HE$ 。

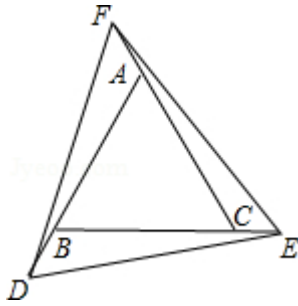
又 $\because CD = CH$ ，

$\therefore CE = CF$ 。

又 $\because \angle C = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle CEF$ 是等边三角形。

7. 如图，点 D 、 E 、 F 分别在等边三角形 ABC 的边 AB 、 BC 、 CA 的延长线上，且 $BD = CE = AF$ ，说明 $\triangle DEF$ 为等边三角形。



【分析】 $\because BD = CE = AF$,

$\therefore BE = CF = AD$,

$\because \angle ABC = \angle BCA = \angle CAB = 60^\circ$,

$\therefore \angle DBE = \angle ECF = \angle FAD = 120^\circ$,

$$\therefore \begin{cases} BD = AF \\ BE = AD \\ \angle DBE = \angle FAD \end{cases} ,$$

$\therefore \triangle AFD \cong \triangle BDE$,

$\therefore FD = DE$;

$$\therefore \begin{cases} BD = CE \\ BE = CF \\ \angle DBE = \angle ECF \end{cases} ,$$

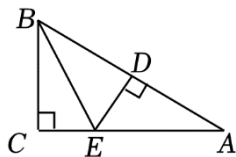
$\therefore \triangle CEF \cong \triangle BDE$,

$\therefore EF = DE$,

$\therefore FD = DE = EF$,

即 $\triangle DEF$ 为等边三角形 .

8. 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, DE 是斜边 AB 的垂直平分线交 AC 边于点 E , 连接 BE , 则下列各线段之间的数量关系错误的是()



- A. $BE = AE$ B. $BD = BC$ C. $CE = \frac{1}{3}AC$ D. $BC = \frac{1}{2}AC$

【答案】D

9. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 若 $\angle B = 2\angle A$, 则 $AB =$ ()

A. $2AC$

B. $2BC$

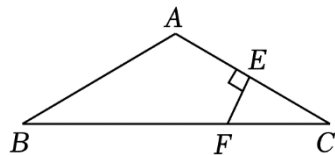
C. AC

D. BC

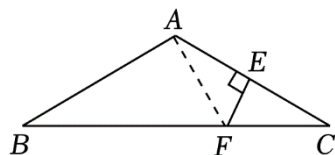
【答案】 B

【分析】 首先可求出 $\angle A = 30^\circ$ ，再根据含 30° 角的直角三角形的性质即可解答.

10. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle A = 120^\circ$ ， AC 的垂直平分线 EF 交 AC 于点 E ，交 BC 于点 F . 求证： $BF = 2CF$.



【分析】 连接 AF ，如图：



$\because AB = AC$ ， $\angle A = 120^\circ$ ，

$\therefore \angle B = \angle C$ ， $\angle B + \angle C = 180^\circ - \angle BAC = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle B = \angle C = 30^\circ$ ，

$\because EF$ 是 AC 的垂直平分线，

$\therefore CF = AF$ ，

$\therefore \angle FAC = \angle C = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle BAF = \angle BAC - \angle FAC = 90^\circ$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中， $\angle B = 30^\circ$ ，

$\therefore BF = 2AF$ ，

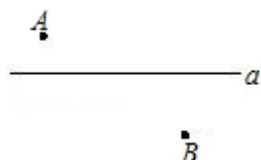
又 $AF = CF$ ，

$\therefore BF = 2CF$.

习题 L8-15：几何最值问题

参考答案与试题解析

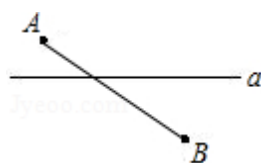
1. (1) 如图，一群小孩以同样的速度同时从 A 村出发到 B 村，要过一条公路 a ，其中只有一个小孩用最快的时间到达 B 村．你知道这个聪明的小孩的行程路线吗？在图上标出示意图．



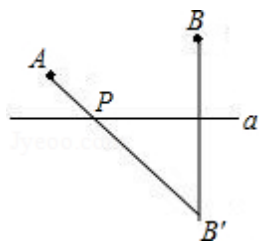
- (2) 如图，在公路的同侧有两村庄，要在公路上建立一个站点，使其到 A 、 B 两村的距离之和最短，请标出站点位置．（只画图，保留作图痕迹，不写画法，不证明）



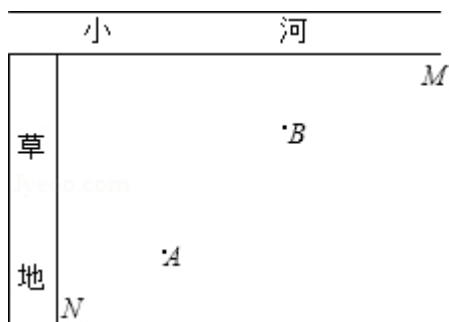
【分析】(1) 连接 AB ，因为两点之间线段最短，所以 AB 即为该小孩的行程路线；



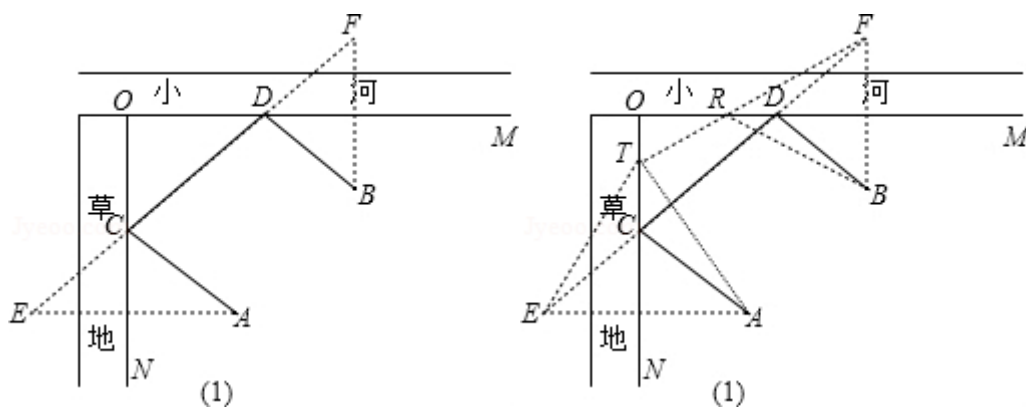
- (2) 作 B 关于直线 a 的对称点 B' ，连接 AB' 与 a 相交于点 P ，则此点即为所求．



2. 在某一地方，有条小河和草地，一天某牧民的计划是从 A 处的牧场牵着一只马到草地牧马，再到小河饮马，最后回到 B 处，你能为他设计一条最短的路线吗？（在 N 上任意一点即可牧马， M 上任意一点即可饮马．）（保留作图痕迹，需要证明）



【分析】作 A 关于 ON 的对称点 E ， B 关于 OM 的对称点 F ，连接 EF 交 ON 于 C ，交 OM 于 D ，连接 AC 、 BD ，沿 $AC-CD-DB$ 路线走是最短的路线。如图 (1) 所示：



证明：在 ON 上任意取一点 T ，在 OM 上任意取一点 R ，连接 FR 、 BR 、 RT 、 ET 、 AT ，

$\because A$ 、 E 关于 ON 对称，

$\therefore AC = EC$ ，

同理 $BD = FD$ ， $FR = BR$ ， $AT = ET$ ，

$\therefore AC + CD + DB = EC + CD + FD = EF$ ，

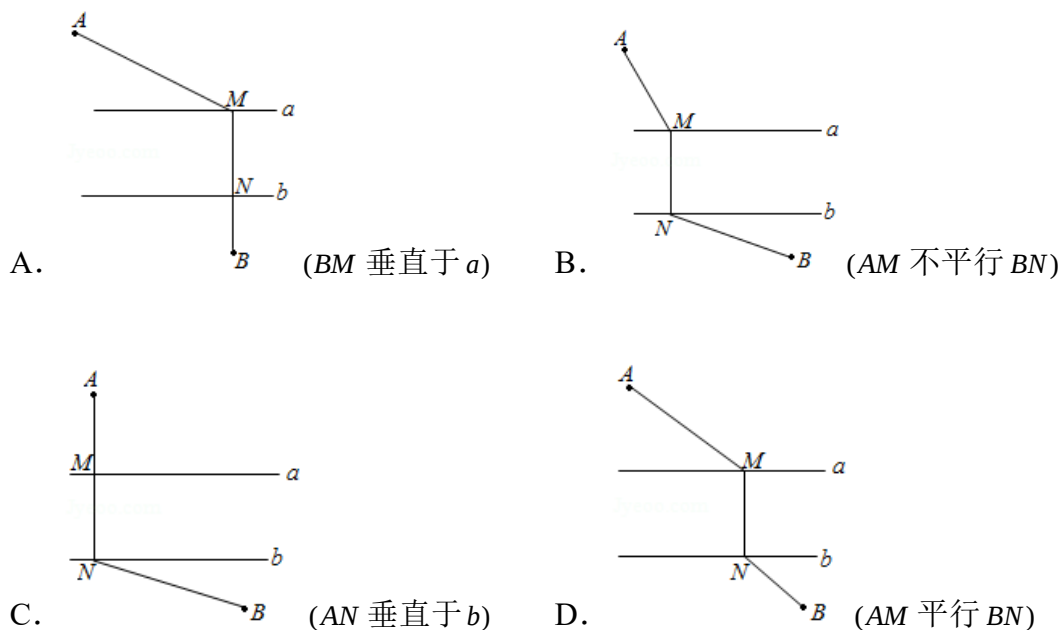
$AT + TR + BR = ET + TR + FR$ ，

$\because ET + TR + FR > EF$ ，

$\therefore AC + CD + DB < AT + TR + BR$ ，

即沿 $AC-CD-DB$ 路线走是最短的路线。

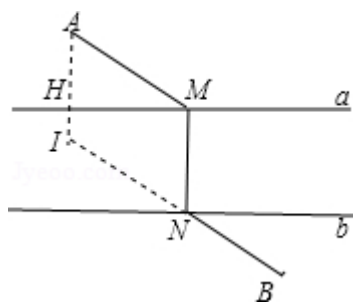
3. A 和 B 两地在一条河的两岸，现要在河上造一座桥 MN ，使从 A 到 B 的路径 $AMNB$ 最短的是（假定河的两岸是平行线，桥与河岸垂直）()



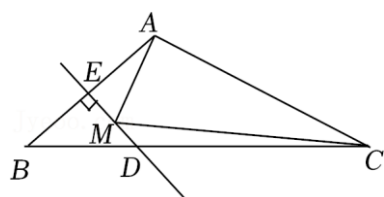
【答案】D

【分析】根据垂线段最短，得出 MN 是河的宽时， MN 最短，即 $MN \perp$ 直线 a （或直线 b ），只要 $AM + BN$ 最短即可，

即过 A 作河岸 a 的垂线 AH ，垂足为 H ，在直线 AH 上取点 I ，使 AI 等于河宽．连接 IB 交河的 b 边岸于 N ，作 MN 垂直于河岸交 a 边的岸于 M 点，所得 MN 即为所求．



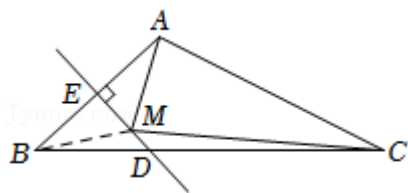
4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AB 的垂直平分线 DE 交 BC 于点 D ，垂足为 E ， M 为 DE 上任意一点， $BA=3$ ， $AC=4$ ， $BC=6$ ，则 $\triangle AMC$ 周长的最小值为()



- A. 7 B. 6 C. 9 D. 10

【答案】D

【分析】如图所示，连接 BM ，



$\because DE$ 是 AB 的垂直平分线，

$\therefore AM = BM$ ，

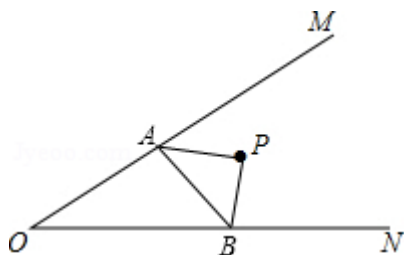
$\therefore AM + CM = BM + CM$ ，

当 B, M, C 在同一直线上时， $AM + CM$ 的最小值为 BC 的长，

又 $\because AC = 4, BC = 6$ ，

$\therefore \triangle AMC$ 周长的最小值 $= 6 + 4 = 10$.

5. 如图， $\angle MON = 36^\circ$ ，点 P 是 $\angle MON$ 中的一点，点 A, B 分别在射线 OM, ON 上移动. 当 $\triangle PAB$ 的周长最小时， $\angle APB$ 的大小为()



A. 100°

B. 104°

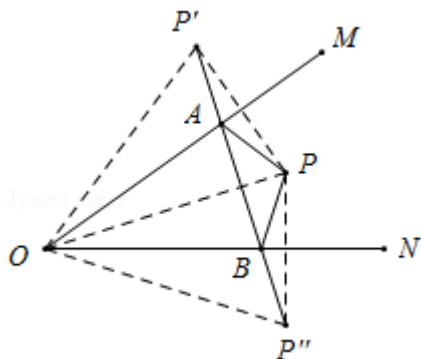
C. 108°

D. 116°

【答案】C

【分析】如图所示：分别作点 P 关于 OM, ON 的对称点 P', P'' ，连接 $OP', OP'', P'P''$ ， $P'P''$ 交 OM, ON 于点 A, B ，

连接 PA, PB ，此时 $\triangle PAB$ 周长的最小值等于 $P'P''$ 的长.



由轴对称性质可得， $OP' = OP'' = OP$ ， $\angle P'OA = \angle POA$ ， $\angle P''OB = \angle POB$ ，

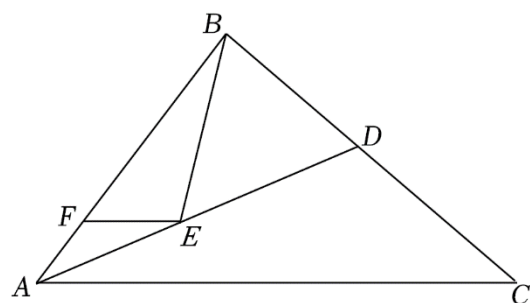
所以 $\angle P'OP'' = 2\angle MON = 2 \times 36^\circ = 72^\circ$,

所以 $\angle OP'P'' = \angle OP''P' = (180^\circ - 72^\circ) \div 2 = 54^\circ$,

又因为 $\angle BPO = \angle OP''B = 54^\circ$, $\angle APO = \angle AP'O = 54^\circ$,

所以 $\angle APB = \angle APO + \angle BPO = 108^\circ$.

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 点 E 、 F 分别是 AD 、 AB 上的动点, 若 $\angle BAC = 50^\circ$, 当 $BE + EF$ 的值最小时, $\angle AEB$ 的度数为()



A. 105°

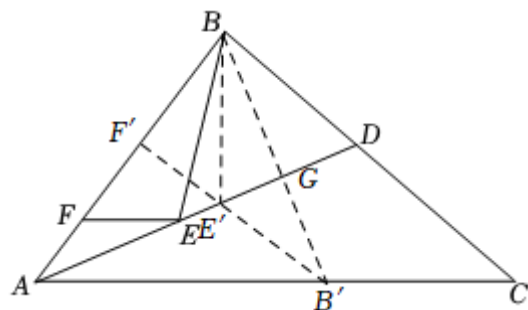
B. 115°

C. 120°

D. 130°

【答案】 B

【分析】



过点 B 作 $BB' \perp AD$ 于点 G , 交 AC 于点 B' , 过点 B' 作 $B'F' \perp AB$ 于点 F' , 与 AD 交于点 E' , 连接 BE' , 如图,

此时 $BE + EF$ 最小.

$\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线,

$\therefore \angle BAD = \angle B'AD = 25^\circ$,

$\therefore \angle AE'F' = 65^\circ$,

$\because BB' \perp AD$,

$\therefore \angle AGB = \angle AGB' = 90^\circ$,

$\because AG = AG$,

$$\therefore \triangle ABG \cong \triangle AB'G(ASA) ,$$

$$\therefore BG = B'G , \quad \angle ABG = \angle AB'G ,$$

$$\therefore AD \text{ 垂直平分 } BB' ,$$

$$\therefore BE' = B'E' ,$$

$$\therefore \angle E'B'G = \angle E'BG ,$$

$$\because \angle BAC = 50^\circ ,$$

$$\therefore \angle AB'F' = 40^\circ ,$$

$$\therefore \angle ABE' = 40^\circ$$

$$\therefore \angle BE'F' = 50^\circ ,$$

$$\therefore \angle AE'B = 115^\circ .$$