

习题 L8-28：勾股定理及其应用

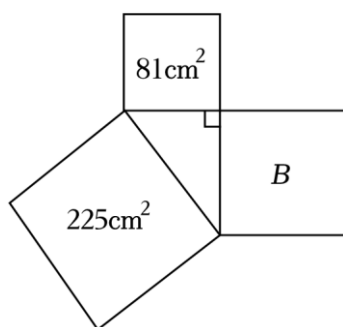
参考答案与试题解析

1. 直角三角形的两条直角边的长分别为 6 和 8，则斜边长为()

- A. 10 B. 5 C. 4 D. 3

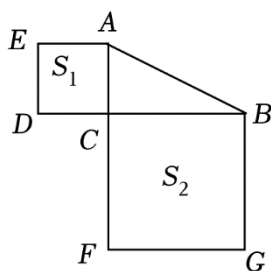
【答案】 A.

2. 如图，所有的四边形都是正方形，三角形是直角三角形，则字母 B 代表的正方形的边长是_____.



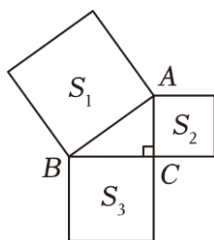
【答案】 $12cm$.

3. 如图， $\triangle ABC$ 是直角三角形， $\angle ACB = 90^\circ$ ，分别以 AC 、 CB 为边向两侧作正方形. 若图中两个正方形的面积和 $S_1 + S_2 = 36$ ，则 $AB =$ _____.



【答案】 6.

4. 如图，以 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的三边为边，分别向外作正方形，它们的面积分别为 S_1 、 S_2 、 S_3 ，若 $S_1 + S_2 + S_3 = 200$ ，则 S_1 的值为 ()



- A. 50 B. 70 C. 100 D. 150

【答案】C

5. 若直角三角形的三边长分别为 6, 8, x , 则 x 的值是_____.

【答案】10 或 $2\sqrt{7}$.

【分析】无法确定斜边, 分类讨论: (1) $x > 8$, 则边长为 x 的边为斜边; (2) $x < 8$, 则边长为 8 的边是斜边.

6. 若一直角三角形两边长分别为 4 和 5, 则第三边长为()

- A. 3 B. 3 或 $\sqrt{41}$ C. 6 或 3 D. $\sqrt{41}$

【答案】B

【分析】分类讨论: 4 和 5 都是直角边或 5 是斜边.

7. 在一个直角三角形中, 若斜边的长是 13, 一条直角边的长为 5, 那么这个直角三角形的面积是()

- A. 30 B. 40 C. 50 D. 60

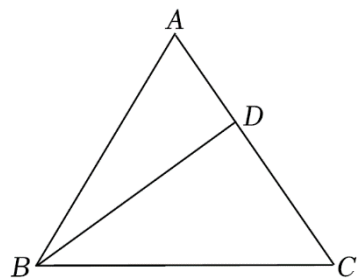
【答案】A

8. 直角三角形两直角边长度为 5, 12, 则斜边上的高()

- A. 6 B. 8 C. $\frac{18}{13}$ D. $\frac{60}{13}$

【答案】D

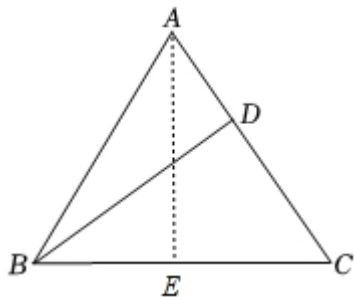
9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 5$, $BC = 6$, 则 AC 边上的高 BD 的长为()



- A. 4 B. $\frac{22}{5}$ C. $\frac{24}{5}$ D. 5

【答案】C

【分析】过 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E,



$\because AB = AC$,

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形,

$\because AE \perp BC$,

$\therefore EB = EC = \frac{1}{2}CB = 3$,

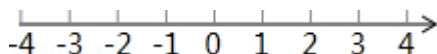
在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, $AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$,

$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AE = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$,

$\therefore \frac{1}{2} \times 5 \times BD = 12$,

解得 $BD = \frac{24}{5}$.

10. 如图, 在数轴上找出表示 $-\sqrt{5}$ 和 $\sqrt{10}$ 的点 (要求: 尺规作图, 不写作法, 保留作图痕迹)

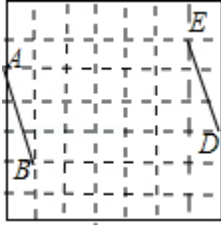


【分析】略; (参考课程“例 7”)

11. 如图, 在每个小正方形的边长均为 1 的方格纸中, 有线段 AB 和线段 DE , 点 A 、 B 、 D 、 E 均在小正方形的顶点上.

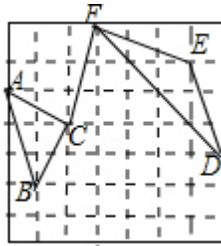
(1) 在方格纸中画出以 AB 为一边的直角三角形 ABC , 点 C 在小正方形的顶点上, 且三角形 ABC 的面积为 $\frac{5}{2}$.

(2) 在方格纸中画出以 DE 为一边、一个内角为钝角的等腰三角形 DEF , 点 F 在小正方形的顶点上, 且三角形 DEF 的面积为 4. 连接 CF , 请直接写出线段 CF 的长.

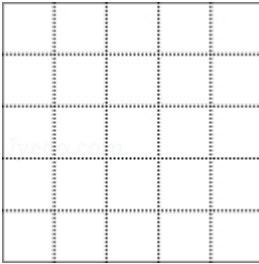


【解答】解：（1）如图：

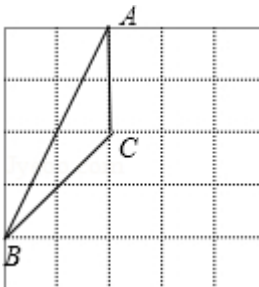
（2）如图， $CF = \sqrt{10}$ ．



12. 请在方格内画 $\triangle ABC$ ，使它的顶点都在格点上，且三边长分别为 2， $2\sqrt{5}$ ， $2\sqrt{2}$ ，求① $\triangle ABC$ 的面积；②最长边上的高．



【解答】解：如图所示：



① $\triangle ABC$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$ ；

② 最长边上的高 $= \frac{2 \times 2}{2\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ ．

习题 L8-29：勾股定理的逆定理

参考答案与试题解析

1. 以下列线段 a , b , c 的长为边, 能构成直角三角形的是 ()

A. $a=1$, $b=1$, $c=2$

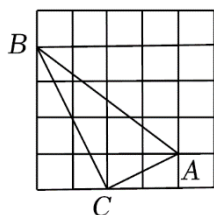
B. $a=3$, $b=4$, $c=5$

C. $a=5$, $b=10$, $c=12$

D. $a=4$, $b=5$, $c=6$

【答案】B

2. 如图, 每个小正方形的边长为 1. 求证: $\triangle ABC$ 是直角三角形.



【解答】证明: 根据勾股定理得: $AC^2 = 1^2 + 2^2 = 5$, $BC^2 = 2^2 + 4^2 = 20$,

$$AB^2 = 3^2 + 4^2 = 25,$$

$$\therefore AC^2 + BC^2 = 5 + 20 = 25 = AB^2,$$

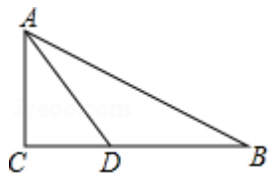
$$\therefore \angle C = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形.

3. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 上的一点, $AC=4$, $CD=3$, $AD=5$, $AB=4\sqrt{5}$.

(1) 求证: $\angle C = 90^\circ$;

(2) 求 BD 的长.



【解答】(1) 证明: $\because AC^2 + CD^2 = 4^2 + 3^2 = 25$, $AD^2 = 5^2 = 25$,

$$\therefore AC^2 + CD^2 = AD^2,$$

$\therefore \triangle ACD$ 是直角三角形, 且 $\angle C = 90^\circ$;

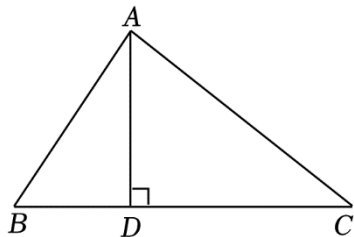
(2) 解: $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$,

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{(4\sqrt{5})^2 - 4^2} = 8,$$

$$\therefore BD = BC - CD = 8 - 3 = 5.$$

4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ ，垂足为 D ，且 $AB = 15$ ， $AD = 12$ ， $CD = 16$ 。

求证： $\triangle ABC$ 是直角三角形。



【解答】 证明： $\because AD \perp BC$ ， $AB = 15$ ， $AD = 12$ ， $CD = 16$ ，

$$\therefore BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9, \quad AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20,$$

$$\therefore BC = BD + CD = 25,$$

$$\therefore BC^2 = 25^2 = 625, \quad AB^2 + AC^2 = 15^2 + 20^2 = 625,$$

$$\therefore BC^2 = AB^2 + AC^2,$$

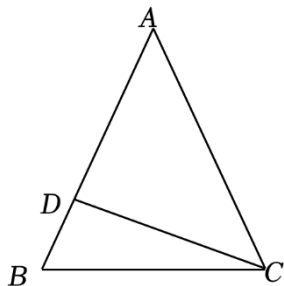
$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形。

5. 如图，已知等腰 $\triangle ABC$ 的底边 $BC = 13\text{cm}$ ， D 是腰 AB 上一点，连接 CD ，且

$CD = 12\text{cm}$ ， $BD = 5\text{cm}$ 。

(1) 求证： $\triangle BDC$ 是直角三角形；

(2) 求 AB 的长。



【解答】 (1) 证明： $\because BC = 13\text{cm}$ ， $CD = 12\text{cm}$ ， $BD = 5\text{cm}$ ，

$$\therefore BC^2 = 13^2 = 169, \quad BD^2 + CD^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169, \quad \text{即 } BC^2 = BD^2 + CD^2,$$

$\therefore \triangle BDC$ 为直角三角形；

(2) 解：设 $AB = x\text{ cm}$ ，

$\because \triangle ABC$ 是等腰三角形，

$$\therefore AB = AC = x\text{ cm}.$$

$\because \triangle BDC$ 为直角三角形，

$\therefore \triangle ADC$ 为直角三角形,

$$\therefore AD^2 + CD^2 = AC^2, \text{ 即 } x^2 = (x-5)^2 + 12^2,$$

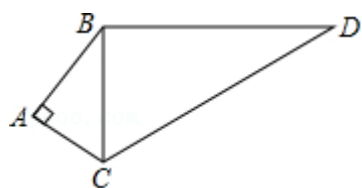
$$\text{解得: } x = \frac{169}{10},$$

故 AB 的长为 $\frac{169}{10} \text{ cm}$.

6. 例如图, $AB=4$, $BD=12$, $CD=13$, $AC=3$, $AB \perp AC$.

(1) 求证: $BC \perp BD$;

(2) 求四边形的面积.



【解答】 解: (1) $\because AB=4$, $AC=3$, $AB \perp AC$,

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5,$$

又 $BD=12$, $CD=13$,

$$\therefore BD^2 + BC^2 = CD^2,$$

$\therefore BC \perp BD$;

(2) 四边形 $ABCD$ 的面积 = $\triangle ABC$ 的面积 + $\triangle BCD$ 的面积

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 3 + \frac{1}{2} \times 5 \times 12$$

$$= 6 + 30$$

$$= 36.$$

7. 已知: 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=c$, $BC=a$, $AC=b$, $\angle C \neq 90^\circ$. 求证: $a^2 + b^2 \neq c^2$.

证明: 假设_____.

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形, 且 $\angle C = 90^\circ$, 这与已知条件_____矛盾,

$\therefore$ 假设不成立,

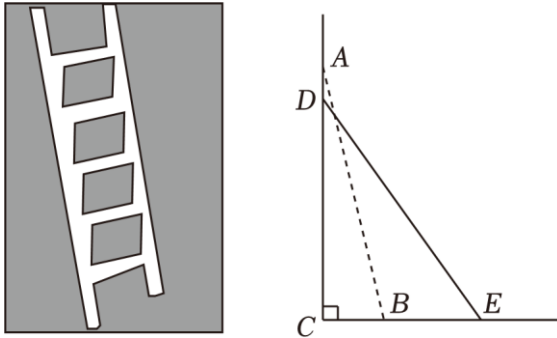
$\therefore$ _____成立.

【答案】 $a^2 + b^2 = c^2$; $\angle C \neq 90^\circ$; 结论.

习题 L8-30：勾股定理进阶（一）

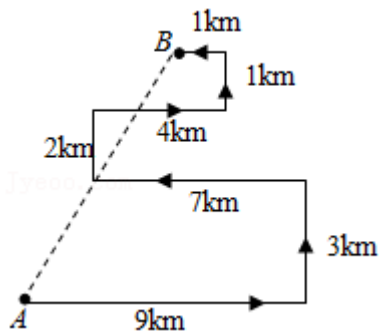
参考答案与试题解析

1. 如图，一把梯子靠在垂直于水平地面的墙上，梯子 AB 的长为 2.5 米，梯子的底部离墙的距离 BC 为 0.7 米．若梯子的顶部向下滑 0.4 米到 D 处，此时梯子的底部向外滑到 E 处，求梯子的底部向外滑出多少米？



【答案】0.8 米.

2. 国庆假期期间，妍妍与同学去玩寻宝游戏，按照藏宝图，她从门口 A 处出发先往东走 9km ，又往北走 3km ，遇到障碍后又往西走 7km ，再向北走 2km ，再往东走了 4km ，发现走错了之后又往北走 1km ，最后再往西走了 1km ，就找到了宝藏，则门口 A 到藏宝点 B 的直线距离是()



A. $3\sqrt{5}\text{km}$

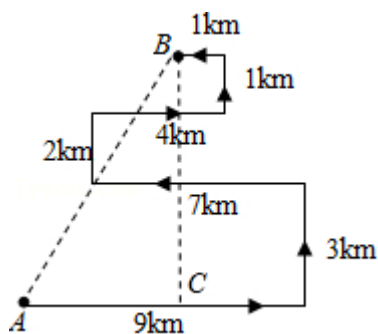
B. 10km

C. $6\sqrt{2}\text{km}$

D. $\sqrt{61}\text{km}$

【答案】D

【分析】过点 B 作 $BC \perp AC$ ，垂足为 C ．



观察图形可知 $AC = 9 - 7 + 4 - 1 = 5(km)$ ， $BC = 3 + 2 + 1 = 6(km)$ ，

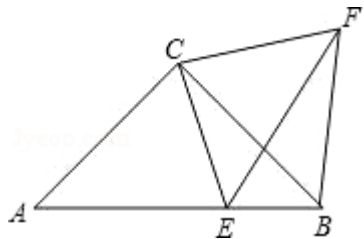
在 $Rt\triangle ACB$ 中， $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{5^2 + 6^2} = \sqrt{61}(km)$ 。

答：门口 A 到藏宝点 B 的直线距离是 $\sqrt{61}km$ ，

3. 已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle EFC$ 都是等腰直角三角形， $\angle ACB = \angle ECF = 90^\circ$ ， E 为 AB 边上一点。

(1) 试判断 AE 与 BF 的大小关系，并说明理由；

(2) 试说明 AE^2 ， BE^2 ， EF^2 三者之间的关系。



【解答】解：(1) $AE = BF$ 。理由如下：

$$\because \angle ACB = \angle ECF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACE = \angle BCF.$$

又 $AC = BC$ ， $CE = CF$ ，

$$\therefore \triangle ACE \cong \triangle BCF,$$

$$\therefore AE = BF.$$

(2) $AE^2 + BE^2 = EF^2$ 。理由如下：

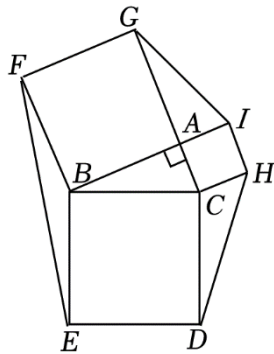
由已知，得 $\angle CAE = \angle CBF = 45^\circ$ ，

则 $\angle EBF = 90^\circ$ 。

$$\text{则 } BF^2 + BE^2 = EF^2,$$

又 $AE = BF$ ，因此 $AE^2 + BE^2 = EF^2$ 。

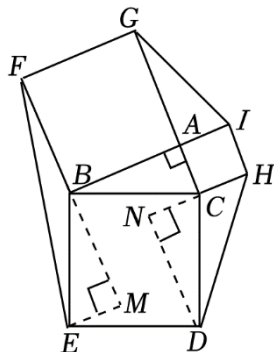
4. 勾股定理又称毕达哥拉斯定理、商高定理、百牛定理，是人类早期发现并证明的重要数学定理之一．如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ，以 $\text{Rt}\triangle ABC$ 各边为边向外作正方形 $ABFG$ 、正方形 $ACHI$ 、正方形 $BCDE$ ．连接 GI 、 EF 、 DH ，若 $EF = \sqrt{34}$ ， $DH = 4$ ，则这个六边形 $EDHIGF$ 的面积为()



- A. 28 B. 26 C. 32 D. 30

【答案】 A

【分析】 如图，



设 $AC = a$ ， $AB = b$ ， $BC = c$ ，过 E 作 FB 的垂线，垂足为 M ，过 D 作 HC 的垂线，垂足为 N ，

$$\because \angle EBM + \angle CBM = 90^\circ, \quad \angle ABC + \angle CBM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EBM = \angle ABC,$$

在 $\triangle BME$ 与 $\triangle BAC$ 中，

$$\begin{cases} \angle EBM = \angle ABC \\ \angle BAC = \angle BME \\ BE = BC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BEM \cong \triangle BCA (\text{AAS}),$$

$$\therefore BM = AB = b, \quad EM = AC = a,$$

同理可证 $\triangle CND \cong \triangle CAB$,

$$CN = AC = a, \quad ND = AB = b,$$

$$\text{在 } \triangle EFM \text{ 中, } FM^2 + EM^2 = EF^2, \text{ 即 } (2b)^2 + a^2 = 34,$$

$$\text{在 } \triangle HND \text{ 中, } HN^2 + ND^2 = HD^2, \text{ 即 } (2a)^2 + b^2 = 16,$$

$$\therefore a = \sqrt{2}, \quad b = 2\sqrt{2}, \quad c = \sqrt{10}.$$

$$\therefore S_{\text{六边形EDHIGF}} = S_{\text{正方形BEDC}} + S_{\text{正方形ABFG}} + S_{\text{正方形ACHI}} + S_{\triangle GAI} + S_{\triangle ABC} + S_{\triangle FBE} + S_{\triangle HCD}$$

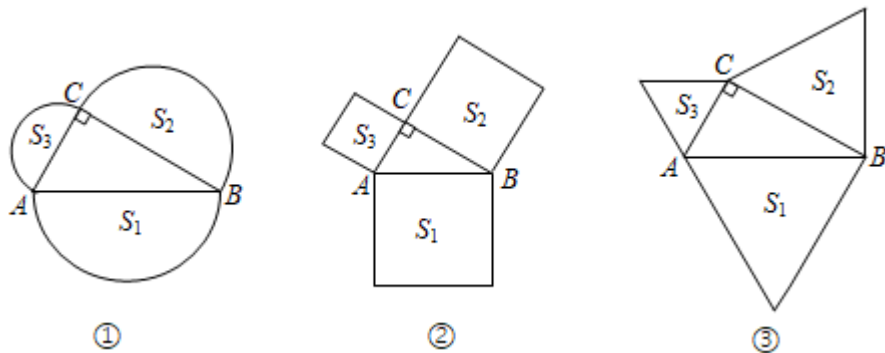
$$= c^2 + b^2 + a^2 + 2ab = 28.$$

5. 如图①所示, 分别以直角三角形 ABC 三边为直径向外作三个半圆, 其面积分别用 S_1, S_2, S_3 表示, 则不难证明 $S_1 = S_2 + S_3$.

(1) 如图②所示, 分别以直角三角形 ABC 的三边为边向外作三个正方形, 其面积分别用 S_1, S_2, S_3 表示, 请你确定 S_1, S_2, S_3 之间的关系并加以证明.

(2) 如图③, 分别以直角三角形 ABC 的三边为边向外作三个正三角形, 其面积分别用 S_1, S_2, S_3 表示, 那么 S_1, S_2, S_3 之间有什么关系? (不必说明理由)

(3) 类比 (1) (2) 的结论, 请你总结出一个更具一般意义的结论.



【解答】解: 设直角 $\triangle ABC$ 的三边 BC, CA, AB 的长分别为 a, b, c , 则 $c^2 = a^2 + b^2$.

$$(1) \quad S_1 = S_2 + S_3.$$

结合正方形的面积公式不难得到 $S_1 = c^2, S_2 = a^2, S_3 = b^2$, 故 $S_2 + S_3 = a^2 + b^2 = c^2 = S_1$.

$$(2) \quad S_1 = S_2 + S_3.$$

$$\text{显然, } S_1 = \frac{\sqrt{3}}{4}c^2, \quad S_2 = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2, \quad S_3 = \frac{\sqrt{3}}{4}b^2,$$

$$S_2 + S_3 = \frac{\sqrt{3}}{4}(a^2 + b^2) = \frac{\sqrt{3}}{4}c^2 = S_1,$$

$$\text{即 } S_1 = S_2 + S_3.$$

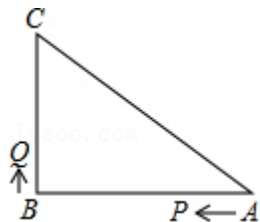
(3) 分别以直角三角形 ABC 三边为一边向外作正多边形, 其面积分别用 S_1 、 S_2 、 S_3 表示, 则 $S_1 = S_2 + S_3$.

6. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 8\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$, P 、 Q 是 $\triangle ABC$ 边上的两个动点, 其中点 P 从点 A 开始沿 $A \rightarrow B$ 方向运动, 且速度为每秒 1cm , 点 Q 从点 B 开始沿 $B \rightarrow C$ 方向运动, 且速度为每秒 2cm , 它们同时出发, 设出发的时间为 t 秒.

(1) 当 $t = 2$ 秒时, 求 PQ 的长;

(2) 求出发时间为几秒时, $\triangle PQB$ 是等腰三角形?

(3) 若 Q 沿 $B \rightarrow C \rightarrow A$ 方向运动, 则当点 Q 在边 CA 上运动时, 求能使 $\triangle BCQ$ 成为等腰三角形的运动时间.



【解答】 (1) 解: (1) $BQ = 2 \times 2 = 4\text{cm}$,

$$BP = AB - AP = 8 - 2 \times 1 = 6\text{cm},$$

$$\because \angle B = 90^\circ,$$

$$PQ = \sqrt{BQ^2 + BP^2} = \sqrt{4^2 + 6^2} = 2\sqrt{13}(\text{cm});$$

(2) 解: 根据题意得: $BQ = BP$,

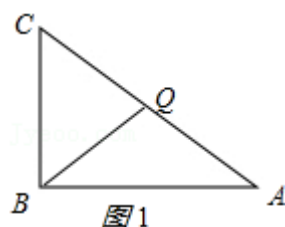
$$\text{即 } 2t = 8 - t,$$

$$\text{解得: } t = \frac{8}{3};$$

即出发时间为 $\frac{8}{3}$ 秒时， $\triangle PQB$ 是等腰三角形；

(3) 解：分三种情况：

①当 $CQ = BQ$ 时，如图1所示：



则 $\angle C = \angle CBQ$ ，

$$\because \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CBQ + \angle ABQ = 90^\circ,$$

$$\angle A + \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle ABQ$$

$$\therefore BQ = AQ,$$

$$\because \angle B = 90^\circ, \quad AB = 8\text{cm}, \quad BC = 6\text{cm},$$

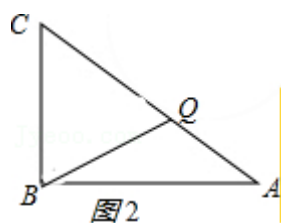
$$\therefore AC = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10(\text{cm}),$$

$$\therefore CQ = AQ = \frac{1}{2}AC = 5(\text{cm}),$$

$$\therefore BC + CQ = 11(\text{cm}),$$

$$\therefore t = 11 \div 2 = 5.5 \text{ 秒}.$$

②当 $CQ = BC$ 时，如图2所示：



$$\text{则 } BC + CQ = 12(\text{cm}),$$

$$\therefore t = 12 \div 2 = 6 \text{ 秒}.$$

③当 $BC = BQ$ 时，如图3所示：

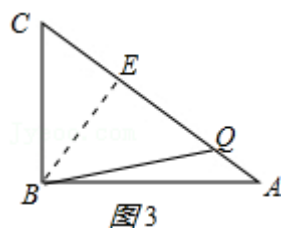


图3

过 B 点作 $BE \perp AC$ 于点 E ，

$$\text{则 } BE = \frac{AB \cdot BC}{AC} = \frac{6 \times 8}{10} = 4.8(\text{cm})$$

$$\therefore CE = \sqrt{BC^2 - BE^2} = 3.6\text{cm}，$$

$$\therefore CQ = 2CE = 7.2\text{cm}，$$

$$\therefore BC + CQ = 13.2\text{cm}，$$

$$\therefore t = 13.2 \div 2 = 6.6 \text{ 秒}。$$

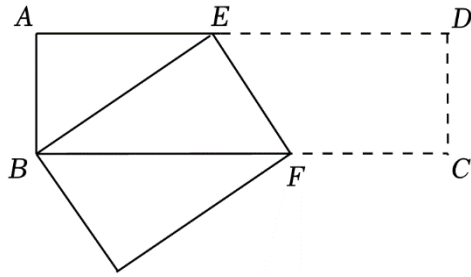
由上可知，当 t 为 5.5 秒或 6 秒或 6.6 秒时，

$\triangle BCQ$ 为等腰三角形。

习题 L8-31：勾股定理进阶（二）

参考答案与试题解析

1. 如图，长方形 $ABCD$ 中， $AB = 3\text{cm}$ ， $AD = 9\text{cm}$ ，将此长方形折叠，使点 B 与点 D 重合，折痕为 EF ，则 $\triangle ABE$ 的面积为() cm^2 .



- A. 3 B. 4 C. 6 D. 12

【答案】 C

【解答】解： $\because$ 将此长方形折叠，使点 B 与点 D 重合，

$$\therefore BE = ED .$$

$$\because AD = 9\text{cm} = AE + DE = AE + BE .$$

$$\therefore BE = 9 - AE ,$$

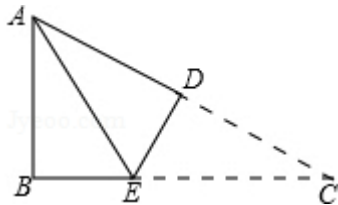
根据勾股定理可知： $AB^2 + AE^2 = BE^2$.

$$\therefore 3^2 + AE^2 = (9 - AE)^2 .$$

解得： $AE = 4$.

$$\therefore \triangle ABE \text{ 的面积为: } \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6(\text{cm}^2) .$$

2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$. $AB = 3$ ， $BC = 5$. 将 $\triangle ABC$ 折叠，使点 C 与点 A 重合，折痕为 DE ，则 $\triangle ABE$ 的周长为_____ .

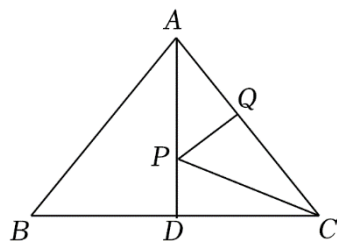


【答案】 8.

【解答】 $\because$ 由折叠的性质知， $AE = CE$ ，

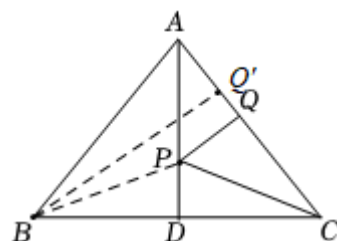
$$\therefore \triangle ABE \text{ 的周长} = AB + BE + AE = AB + BE + CE = AB + BC = 3 + 5 = 8 .$$

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=10$ ， $BC=12$ ， $AD=8$ ， $AD \perp BC$ 。若 P 、 Q 分别是 AD 和 AC 上的动点，则 $PC+PQ$ 的最小值是_____。



【答案】 $\frac{48}{5}$ 。

【解答】解：如图，连接 BP ，



在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=10$ ， $BC=12$ ， $AD=8$ ，

$\therefore BD=DC$ ，

$\therefore BP=PC$ ，

$\therefore PC+PQ=BP+PQ$ ，

$\therefore$ 当 B ， P ， Q 共线时， $PC+PQ$ 的值最小，

$\therefore$ 当 $BQ \perp AC$ 时， BQ 的值最小，

令 $AQ'=a$ ，则 $CQ'=10-a$ ，

$\therefore BQ' \perp AC$ ，

$\therefore AB^2 - AQ'^2 = BC^2 - CQ'^2$ ，

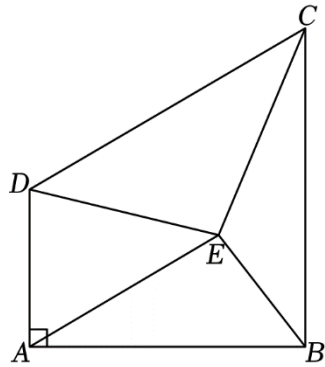
即 $10^2 - a^2 = 12^2 - (10-a)^2$ ，

解得 $a = \frac{14}{5}$ ，

$\therefore BQ' = \sqrt{10^2 - a^2} = \frac{48}{5}$ ，

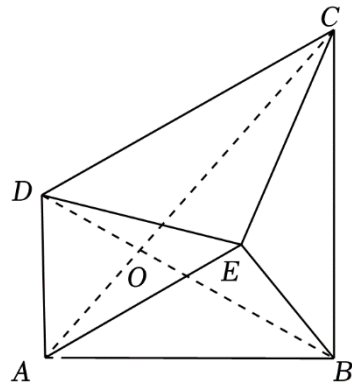
$\therefore PC+PQ$ 的最小值为 $\frac{48}{5}$ ，

4. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $DA \perp AB$ ， $BC \perp AB$ ， $AD = 2$ ， $AB = 2\sqrt{3}$ ， $BC = 4$ ，点 E 是四边形 $ABCD$ 内一点，连接 AE 、 BE 、 DE 、 CE ，则 $(AE + BE + CE + DE)$ 的最小值为_____.



【答案】 $4 + 2\sqrt{7}$.

【分析】



如图，连接四边形 $ABCD$ 的对角线交于点 O ，由三边关系可知 $DE + EB > DB$ ， $AE + EC > AC$ ，推出 $DE + EB + AE + EC > DB + AC$ ，当点 E 与点 O 重合时， $AE + BE + CE + DE$ 有最小值，

在 $\text{Rt}\triangle DAB$ 中， $\angle BAD = 90^\circ$ ， $AD = 2$ ， $AB = 2\sqrt{3}$ ，

$$\therefore BD = \sqrt{AD^2 + AB^2} = 4,$$

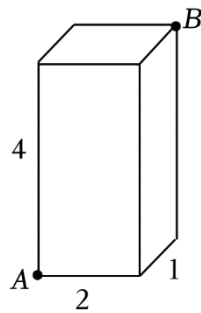
在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = 2\sqrt{3}$ ， $BC = 4$ ，

$$\therefore AC = \sqrt{BC^2 + AB^2} = 2\sqrt{7},$$

$$\therefore DB + AC = 4 + 2\sqrt{7}, \text{ 即 } AE + BE + CE + DE \text{ 的最小值为 } 4 + 2\sqrt{7}.$$

5. 如图，如果一只蚂蚁所处的位置是一个长、宽、高分别为 2，1，4 的长方体

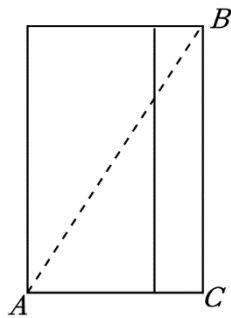
上的顶点 A ．那么它沿长方体表面从点 A 爬到点 B 的最短路程是多少？



【答案】 最短路径应为 $AB' = 5$ ．

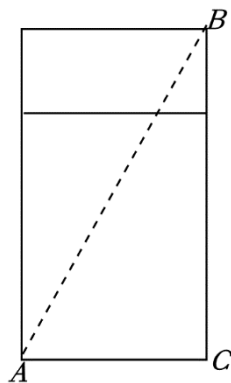
【解答】 解：根据题意，最短路径有以下三种情况：

(1) 将长方体的正面与右面展开在同一平面，则 $AB^2 = AC^2 + CB^2 = (2+1)^2 + 4^2 = 25$ ；



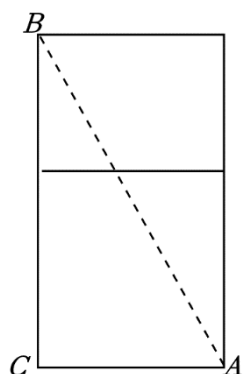
(2) 将长方体的正面与上面展开在同一平面，则

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = 2^2 + (4+1)^2 = 4 + 25 = 29;$$



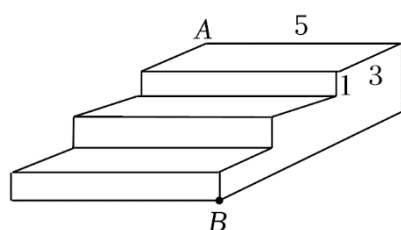
(3) 将长方体的左面与上面展开在同一平面，则

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = 1^2 + (4+2)^2 = 1 + 36 = 37;$$



综上所述，最短路径应为 5.

6. 如图，是一个三级台阶，它的每一级的长，宽和高分别等于 5cm ， 3cm 和 1cm ， A 和 B 是这个台阶的两个相对的端点， A 点上有一只蚂蚁，想到 B 点去吃可口的食物，请你想一想，这只蚂蚁从 A 点出发，沿着台阶面爬到 B 点，最短线路是 ()



A. 12

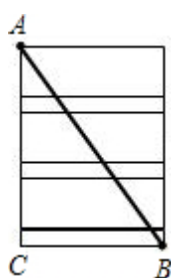
B. 13

C. 14

D. 15

【答案】 B

【解答】 解：将台阶展开，如图，



因为 $AC = 3 + 3 + 3 + 1 \times 3 = 12$ ， $BC = 5$ ，

所以 $AB^2 = AC^2 + BC^2 = 169$ ，

所以 $AB = 13(\text{cm})$ ，

所以蚂蚁爬行的最短线路为 13cm 。

习题 L8-32：平行四边形的性质

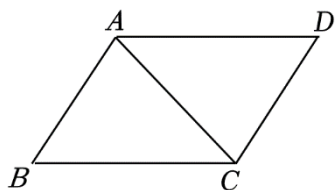
参考答案与试题解析

1. 已知 $\square ABCD$ 中, $\angle B = 4\angle A$, 则 $\angle A$ 的度数为()

- A. 18° B. 36° C. 72° D. 144°

【答案】 B

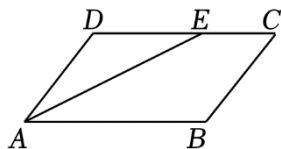
2. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AC = 4m$, 若 $\triangle ACD$ 的周长为 $13cm$, 则平行四边形 $ABCD$ 的周长为()



- A. $26cm$ B. $24cm$ C. $20cm$ D. $18cm$

【答案】 D

3. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle A$ 的平分线 AE 交 CD 于 E , $AB = 8$, $BC = 6$, 则 EC 等于()

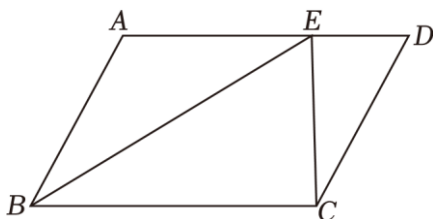


- A. 1 B. 1.5 C. 2 D. 3

【答案】 C

【分析】 根据平行四边形的性质及 AE 为角平分线可得: $AB \parallel CD$, 则 $\angle EAB = \angle AED = \angle DAE$, 故 $BC = AD = DE = 6$, 又有 $CD = AB = 8$, 可求 EC 的长.

4. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AB = 8$, $\angle ABC = 60^\circ$, BE 平分 $\angle ABC$, 交边 AD 于点 E , 连接 CE , 若 $AE = 2ED$, 则 CE 的长为()



A. 6

B. 4

C. $4\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{6}$

【答案】C

【解答】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore \angle D = \angle ABC = 60^\circ, \quad CD = AB = 8, \quad AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle CBE,$$

$$\because BE \text{ 平分 } \angle ABC,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle CBE,$$

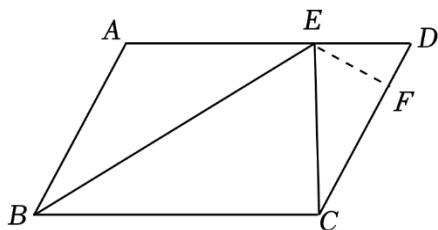
$$\therefore \angle ABE = \angle AEB,$$

$$\therefore AE = AB = 8,$$

$$\because AE = 2ED,$$

$$\therefore 2ED = 8,$$

$$\therefore ED = 4,$$

如图，过点 E 作 $EF \perp CD$ 于点 F ，则 $\angle EFC = \angle EFD = 90^\circ$ ，

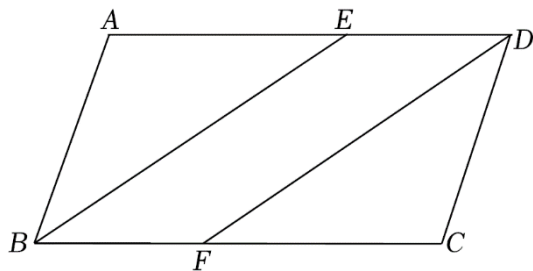
$$\therefore \angle FED = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore DF = \frac{1}{2}ED = 2,$$

$$\therefore EF = \sqrt{ED^2 - DF^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}, \quad CF = CD - DF = 8 - 2 = 6,$$

$$\therefore CE = \sqrt{EF^2 + CF^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 6^2} = 4\sqrt{3},$$

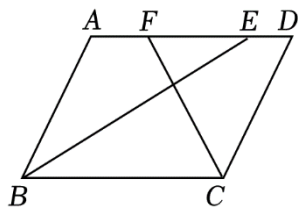
5. 四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $\angle ABC = 70^\circ$ ， BE 平分 $\angle ABC$ 交 AD 于点 E ， $DF \parallel BE$ 交 BC 于点 F ，则 $\angle CDF$ 的度数为()



- A. 55° B. 50° C. 40° D. 35°

【答案】D

6. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $\angle ABC$ 的平分线交 AD 于点 E ， $\angle BCD$ 的平分线交 AD 于点 F ，若 $AB=4$ ， $AD=5$ ，则 EF 的长度()

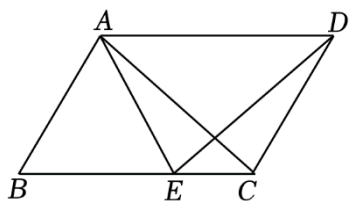


- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】C

【分析】根据平行四边形的性质可知 $\angle DFC = \angle FCB$ ，又因为 CF 平分 $\angle BCD$ ，所以 $\angle DCF = \angle FCB$ ，则 $\angle DFC = \angle DCF$ ，则 $DF = DC$ ，同理可证 $AE = AB$ ，那么 EF 就可表示为 $2AB - BC = AE + FD - BC$ 。

7. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $\angle B=60^\circ$ ， AE 平分 $\angle BAD$ 交 BC 于点 E ，若 $\angle AED=80^\circ$ ，则 $\angle ACE$ 的度数是()



- A. 30° B. 35° C. 40° D. 45°

【答案】C

【分析】易证 $\triangle ABE$ 是等边三角形，

在 $\triangle BAC$ 和 $\triangle AED$ 中，

$$\begin{cases} AB = EA \\ \angle B = \angle DAE, \\ BC = AD \end{cases}$$

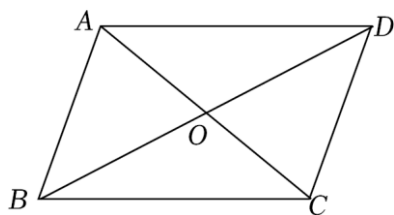
$$\therefore \triangle BAC \cong \triangle AED (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle BAC = \angle AED = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle EAC = \angle BAC - \angle BAE = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle ACE = \angle AEB - \angle EAC = 60^\circ - 20^\circ = 40^\circ.$$

8. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AD=10$, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , $AC+BD=24$, 则 $\triangle BOC$ 的周长为_____.



【答案】22.

【解答】 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AO = OC = \frac{1}{2}AC, BO + OD = \frac{1}{2}BD, AD = BC = 10,$$

$$\because AC + BD = 24, \therefore OC + BO = 12,$$

$$\therefore \triangle BOC \text{ 的周长} = OC + OB + BC = 12 + 10 = 22.$$

9. 已知平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于 O , $AC=6$, $BD=8$, 则边 AB 的长度不可能是()

A. 3

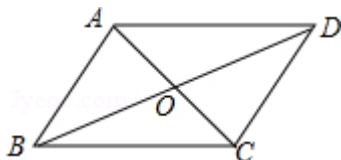
B. 5

C. 6

D. 7

【答案】D.

【解答】



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

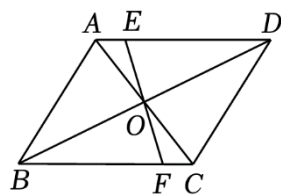
$$\therefore OA = \frac{1}{2}AC = 3, OB = \frac{1}{2}BD = 4,$$

在 $\triangle AOB$ 中, 由三角形的三边关系定理得: $4-3 < AB < 4+3$,

即 $1 < AB < 7$.

10. O 为平行四边形 $ABCD$ 的对角线交点, EF 经过点 O (如图所示), 则图中全

等三角形有()



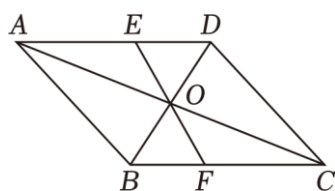
- A. 3 对 B. 4 对 C. 5 对 D. 6 对

【答案】 D

【分析】 根据平行四边形的性质及已知条件得到图中全等的三角形：

$\triangle ADC \cong \triangle CBA$, $\triangle ABD \cong \triangle CDB$, $\triangle OAD \cong \triangle OCB$, $\triangle OAB \cong \triangle OCD$, $\triangle OEA \cong \triangle OFC$, $\triangle OED \cong \triangle OFB$ 共 6 对.

11. 如图, $\square ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 交于点 O , $\square ABCD$ 的周长为 30, 直线 EF 过点 O , 且与 AD , BC 分别交于点 E 、 F , 若 $OE = 5$, 则四边形 $ABFE$ 的周长是()

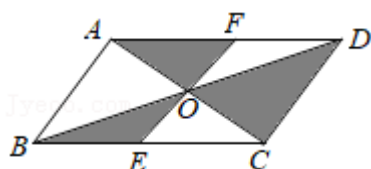


- A. 30 B. 25 C. 20 D. 15

【答案】 B

【分析】 易证 $\triangle AOE \cong \triangle COF$, 得 $OE = OF = 5$, $AE = CF$, 则 $EF = 10$, $AE + BF = CF + BF = CB$, 由 $2AB + 2CB = 30$, 得 $AB + CB = 15$, 则 $AB + AE + BF + EF = AB + CB + EF = 25$.

12. 如图, 平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 和 BD 相交于点 O , 过点 O 的直线分别交 AD 和 BC 于点 F 、 E , 若设该平行四边形的面积为 2, 则图中阴影部分的面积为()

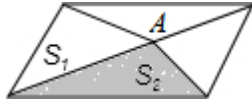


- A. 4 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. 无法确定

【答案】 B

【分析】根据平行四边形的性质可以证明三角形全等，进而可得阴影部分的面积为平行四边形面积的一半.

13. 如图，点 A 在平行四边形的对角线上，试判断 S_1 ， S_2 之间的大小关系()



- A. $S_1 = S_2$ B. $S_1 > S_2$ C. $S_1 < S_2$ D. 无法确定

【答案】 A

【分析】 S_1 与 S_2 有一公共边，根据平行四边形可得，公共边上的高相等，进而可得出结论.