

习题 L9-01：一元二次方程及其解法（一）

1. 判断下列方程是否为一元二次方程？

(1) $3x + 2 = 5y - 3$;

(2) $x^2 = 4$;

(3) $3x^2 - \frac{5}{x} = 0$;

(4) $x^2 - 4 = (x + 2)^2$;

(5) $ax^2 + bx + c = 0$.

2. 一元二次方程 $3x^2 - 2x = 3$ 的二次项系数、一次项系数、常数项分别是()

- A. 3、2、-3 B. 3、2、3 C. 3、-2、3 D. 3、-2、-3

3. 若关于 x 的方程 $(m-1)x^2 - 4x - 1 = 0$ 是一元二次方程，则 m 的取值范围是()

- A. $m \neq 1$ B. $m = 1$ C. $m > 1$ D. $m < 1$

4. 若方程 $\square - 3 = x$ 是关于 x 的一元二次方程，则“ $\square$ ”可以是()

- A. $-2x$ B. 2^2 C. $2x^2$ D. y^2

5. 若方程 $(a+2)x^{a^2-2} - x + a^2 - 1 = 0$ 是关于 x 的一元二次方程，则 a 的值为()

- A. ± 2 B. 2 C. -2 D. ± 1

6. 一元二次方程 $(x+3)(x-1) = 3x - 4$ 化为一般形式后，其二次项、一次项系数、常数项分别是()

- A. 1, $-x$, 1 B. 1, x , -1 C. x^2 , -1, 1 D. x^2 , 1, -1

7. 下列哪些数是方程 $x^2 + 2x - 8 = 0$ 的根?

-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4.

8. 已知方程 $x^2 + bx + a = 0$ 有一个根是 $-a (a \neq 0)$, 则下列代数式的值恒为 1 的是()

A. $b - a$

B. $a - b$

C. $a + b$

D. ab

9. 关于 x 的一元二次方程 $(a-1)x^2 + x + a^2 - 1 = 0$ 的一个根是 0, 则 a 的值为()

A. 1

B. -1

C. 1 或 -1

D. $\frac{1}{2}$

10. 若 a 是方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 的根, 则 $3a^2 + 3a + 2024$ 的值为()

A. 2021

B. 2024

C. 2027

D. 2030

11. 已知关于 x 的方程 $2x^2 - mx - m^2 = 0$ 有一个根是 1, 求 m 的值;

12. 解下列方程:

(1) $(x-1)^2=4$;

(2) $(x+2)^2=3$;

(3) $(x-4)^2-25=0$;

(4) $(2x+3)^2-5=0$.

13. 用直接开平方法解下列方程.

(1) $(2x+3)^2=(3x+2)^2$;

(2) $(\frac{x+1}{3}-x)^2=4$;

(3) $x^2-2x+1-25(2x-1)^2=0$.

14. 已知 $ax^2 = b$ 的解是 $x_1 = 2$, $x_2 = -2$, 求 $a(x-2)^2 = b$ 的解.

习题 L9-02：一元二次方程及其解法（二）

1. 用配方法解下列方程.

(1) $x^2 - 6x = 1$;

(2) $x^2 + \frac{10}{3}x + 1 = 0$;

(3) $x(x - 2) = 5$;

(4) $x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$;

(5) $y^2 - \sqrt{2}y - \frac{1}{4} = 0$;

(6) $(y - 2)^2 = y + 7$.

2. 关于用配方法解一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0, b^2 - 4ac \geq 0)$ ，小明提出一种方法

$$\because ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0),$$

$$\therefore 4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0$$

$$\therefore 4a^2x^2 + 4abx + b^2 = b^2 - 4ac$$

...

(1) 请你把小明的过程补充完整；

(2) 请用上述方法解方程： $3x^2 - 4x - 1 = 0$.

3. 若关于 x 的一元二次方程 $3x^2 + bx + c = 0$ (b 、 c 是常数) 配方后为 $(x-1)^2 = \frac{8}{3}$ ，
则 bc 的值为_____.

4. 阅读并回答问题.

求一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的根 (用配方法).

解: $ax^2 + bx + c = 0$,

$\because a \neq 0, \therefore x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$, 第一步

移项得: $x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$, 第二步

两边同时加上 $(\frac{b}{2a})^2$, 得 $x^2 + \frac{b}{a}x + (\frac{b}{2a})^2 = -\frac{c}{a} + (\frac{b}{2a})^2$, 第三步

整理得: $(x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$ 直接开方得 $x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$, 第四步

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

$$\therefore x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \text{ 第五步}$$

上述解题过程是否有错误? 若有, 说明在第几步, 指明产生错误的原因, 写出正确的过程; 若没有, 请说明上述解题过程所用的方法.

5. 用公式法解下列方程:

(1) $2x^2 - 4x - 1 = 0$;

(2) $5x + 2 = 3x^2$;

(3) $(x - 2)(3x - 5) = 1$;

(4) $0.2x^2 + 5 = \frac{3}{2}x$.

6. 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2 + 2x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 m 的取值范围是()

- A. $m < -1$ B. $m > 1$ C. $m < 1$ 且 $m \neq 0$ D. $m > -1$ 且 $m \neq 0$

7. 已知方程 $x^2 + 2(k-4)x + k^2 + 6k + 2 = 0$ 有两个相等的实数根, 求 k 的值, 并求出此时方程的根.

8. 探索关于 x 的方程 $(b-x)^2 - 4(a-x)(c-x) = 0$ 的实数根的情况 (a 、 b 、 c 均为实数).

习题 L9-03：一元二次方程及其解法（三）

1. 用因式分解法解下列方程：

(1) $(2x+1)^2 - x^2 = 0$;

(2) $(x-1)(x+2) = 2(x+2)$;

(3) $x^2 + 3x - 4 = 0$;

(4) $(2x-1)^2 + 3(2x-1) + 2 = 0$.

2. 解方程：

(1) $x^2 = x + 56$;

(2) $x^2 + 8x + 9 = 0$;

(3) $(3x-4)^2 = (3-4x)^2$.

3. 用适当方法解下列方程:

(1) $(3x-1)^2=1$;

(2) $2(x+1)^2=x^2-1$;

(3) $(2x-1)^2+2(2x-1)=3$;

(4) $(y+3)(1-3y)=1+2y^2$.

4. 若 x_1, x_2 是方程 $x^2-6x-7=0$ 的两个根, 则()

A. $x_1+x_2=6$ B. $x_1+x_2=-6$ C. $x_1x_2=\frac{7}{6}$ D. $x_1x_2=7$

5. 若 $x_1=m, x_2=n$ 是一元二次方程 $x^2-2x-5=0$ 的两个实数根, 则

$mn-m-n=$ _____.

6. 设 x_1, x_2 是方程 $2x^2+4x-3=0$ 的两根, 利用根与系数关系求下列各式的值:

(1) $(x_1+1)(x_2+1)$;

(2) $x_2x_1+x_1x_2$;

(3) $x_1^2+x_1x_2+2x_1$.

7. 设 x_1 、 x_2 是方程 $2x^2 + 5x - 7 = 0$ 的两个根，则 $x_1^2 + x_2^2$ 的值为_____.

8. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (k-2)x - 1 = 0$ 的两实数根互为相反数，则 k 的值为_____.

9. 已知关于 x 的一元二次方程： $x^2 - 2(-a+1)x + a^2 - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根 x_1 ， x_2 ；且有 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2$ ，求 a 的值及方程两根 x_1 ， x_2 .

10. 已知关于 x 的方程 $kx^2 - 2(k+1)x + k - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根.

(1) 求 k 的取值范围.

(2) 是否存在实数 k , 使此方程的两个实数根的倒数和等于 1? 若存在, 求出 k 的值; 若不存在, 说明理由.

习题 L9-04：实际问题与一元二次方程

1. 海南省某企业 2023 年 2 月份利润为 160 万元，要使 4 月份的利润为 250 万元，则每月的平均增长率是()

- A. 15% B. 20% C. 25% D. 30%

2. 一种笔记本电脑，原来的售价是 15000 元，经过连续两年的降价，今年每台售价为 12150 元，每年降价的百分率相同.

(1) 求每年降价的百分率是多少？

(2) 若小明是去年购买这种笔记本的，那么与今年的售价相比，他多付了多少元？

3. 某病毒传播性极强，有一人感染，经过两轮传播后共有 361 人感染，假设每轮感染中平均一人感染人数相同，按这样的速度第三轮后共有()人被传染.

- A. 380 B. 6859 C. 7220 D. 6498

4. 学校进行足球比赛，每两班比一场，计划安排 15 场比赛，请问共有几个班参加比赛？()

- A. 5 B. 6 C. 5 或 6 D. 7

5. 中国男子篮球职业联赛（简称：CBA），分常规赛和季后赛两个阶段进行，采用主客场赛制（也就是参赛的每两个队之间都进行两场比赛）。2022–2023CBA常规赛共要赛 240 场，则参加比赛的队共有()

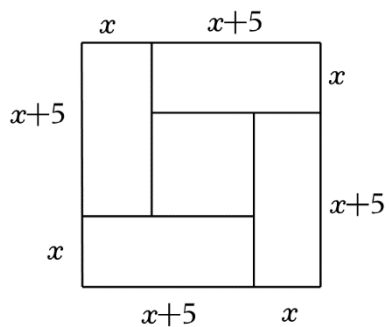
- A. 80 个 B. 120 个 C. 15 个 D. 16 个

6. 某超市销售某种商品平均每天可售出 20 件，每件盈利 40 元，为了扩大销售，增加盈利，该店采取了降价措施，在每件盈利不少于 25 元的前提下，经过一段时间销售，发现销售单价每降低 1 元，平均每天可多售出 2 件.

(1) 当每件商品降价多少元时，该商店每天销售利润为 1200 元？

(2) 店主想要获得每天 1400 元的利润，小红认为不可能，请说明理由.

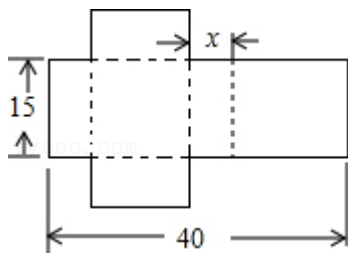
7. 我国古代数学家研究过一元二次方程的正数解的几何解法. 以方程 $x^2 + 5x - 14 = 0$ ，即 $x(x+5)=14$ 为例说明，《方图注》中记载的方法是：构造如图中大正方形的面积是 $(x+x+5)^2$ 同时它又等于四个矩形的面积加上中间小正方形的面积，即 $4 \times 14 + 5^2$ ，因此 $x=2$. 小明用此方法解关于 x 的方程 $x^2 + mx - n = 0$ 时，构造出同样的图形，已知大正方形的面积为 14，小正方形的面积为 4，则()



- A. $m=2, n=3$ B. $m=\frac{\sqrt{14}}{2}, n=2$ C. $m=\frac{5}{2}, n=2$ D. $m=2, n=\frac{5}{2}$

8. 已知一个包装盒的表面展开图如图.

- (1) 若此包装盒的容积为 1125cm^3 , 请列出关于 x 的方程, 并求出 x 的值;
 (2) 是否存在这样的 x 的值, 使得此包装盒的容积为 1800cm^3 ? 若存在, 请求出相应的 x 的值; 若不存在, 请说明理由.



习题 L9-05：二次函数的图象和性质（一）

1. 在下列函数中，哪些是二次函数？

(1) $y = x^2$;

(2) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$;

(3) $y = \frac{1}{x}$,

(4) $y = x + 2$;

(5) $y = x^2 - 2x + 2$;

(6) $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + 1$.

2. 如果函数 $y = (m-1)x^{m^2+1} - 2x + 5$ 是二次函数，则 m 的值是()

A. ± 1

B. -1

C. 2

D. 1

3. 不画图象，说出抛物线 $y = -\frac{3}{4}x^2$ 的对称轴、顶点坐标、开口方向及最高（低）点坐标.

4. 对于函数 $y = 2x^2$ 下列说法：①当 x 取任何实数时， y 的值总是正的；② x 的值增大， y 的值也增大；③ y 随 x 的增大而减小；④图象关于 y 轴对称. 其中正确的是_____.

5. 在函数① $y = 3x^2$ ；② $y = \frac{1}{2}x^2$ ；③ $y = -\frac{4}{3}x^2$ 中，图象开口按从大到小的顺序排列的是()

A. ①②③

B. ①③②

C. ②③①

D. ②①③

6. 当 m 取何值时，抛物线 $y = x^2$ 与直线 $y = x + m$.

- (1) 有公共点；
- (2) 没有公共点.

7. 已知二次函数 $y = ax^2$ 的图象与直线 $y = 2x - 1$ 交于点 $P(1, m)$.

- (1) 求 a , m 的值；
- (2) 写出二次函数的解析式，并指出 x 在什么范围内时， y 随 x 的增大而增大.

8. 已知一次函数 $y = x + 2$ 与二次函数 $y = x^2$ 交于点 D 与 B , $y = x + 2$ 与 x 轴、 y 轴的交点分别为点 A 与点 E , 求 $S_{\triangle ODB}$ 的值.

