

习题 L9-01：一元二次方程及其解法（一）

参考答案与试题解析

1. 判断下列方程是否为一元二次方程？

(1) $3x+2=5y-3$;

(2) $x^2=4$;

(3) $3x^2-\frac{5}{x}=0$;

(4) $x^2-4=(x+2)^2$;

(5) $ax^2+bx+c=0$.

【答案】(1)(3)(4)(5) 不是；(2) 是.

2. 一元二次方程 $3x^2-2x=3$ 的二次项系数、一次项系数、常数项分别是()

A. 3、2、-3 B. 3、2、3 C. 3、-2、3 D. 3、-2、-3

【答案】D

3. 若关于 x 的方程 $(m-1)x^2-4x-1=0$ 是一元二次方程，则 m 的取值范围是()

A. $m \neq 1$ B. $m=1$ C. $m > 1$ D. $m < 1$

【答案】A

4. 若方程 $\square - 3 = x$ 是关于 x 的一元二次方程，则“ $\square$ ”可以是()

A. $-2x$ B. 2^2 C. $2x^2$ D. y^2

【答案】C

5. 若方程 $(a+2)x^{a^2-2} - x + a^2 - 1 = 0$ 是关于 x 的一元二次方程，则 a 的值为()

A. ± 2 B. 2 C. -2 D. ± 1

【答案】B

【解答】 $\because$ 方程 $(a+2)x^{a^2-2} - x + a^2 - 1 = 0$ 是关于 x 的一元二次方程，

$\therefore a+2 \neq 0$ ， $a^2-2=2$ ，解得 $a=2$ ，

6. 一元二次方程 $(x+3)(x-1)=3x-4$ 化为一般形式后，其二次项、一次项系数、常数项分别是()

A. 1, $-x$, 1 B. 1, x , -1 C. x^2 , -1 , 1 D. x^2 , 1, -1

【答案】C

7. 下列哪些数是方程 $x^2 + 2x - 8 = 0$ 的根?

-4 , -3 , -2 , -1 , 0 , 1 , 2 , 3 , 4 .

【解答】解：将 $x = -4$ 代入方程 $x^2 + 2x - 8 = 0$ ，左边 $= (-4)^2 + (-4) \times 2 - 8 = 0$ ，即左边 = 右边，故 $x = -4$ 是方程 $x^2 + 2x - 8 = 0$ 的根。

同理可得， $x = -3$, -2 , -1 , 0 , 1 , 3 , 4 时，都不是方程 $x^2 + 2x - 8 = 0$ 的根，当 $x = 2$ 时，左边 = 右边，故 $x = -4$, 2 都是方程 $x^2 + 2x - 8 = 0$ 的根。

8. 已知方程 $x^2 + bx + a = 0$ 有一个根是 $-a$ ($a \neq 0$)，则下列代数式的值恒为 1 的是()

A. $b - a$ B. $a - b$ C. $a + b$ D. ab

【分析】将 $x = -a$ 代入方程，得 $a^2 - ab + a = 0$ ，又 $a \neq 0$ ，故 $a - b + 1 = 0$ 。

9. 关于 x 的一元二次方程 $(a-1)x^2 + x + a^2 - 1 = 0$ 的一个根是 0，则 a 的值为()

A. 1 B. -1 C. 1 或 -1 D. $\frac{1}{2}$

【答案】B

【解答】根据题意得： $a^2 - 1 = 0$ 且 $a - 1 \neq 0$ ，解得： $a = -1$ 。

10. 若 a 是方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 的根，则 $3a^2 + 3a + 2024$ 的值为()

A. 2021 B. 2024 C. 2027 D. 2030

【答案】C

【解答】 $\because a$ 是方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 的根， $\therefore a^2 + a - 1 = 0$ ，

$\therefore 3a^2 + 3a + 2024 = 3(a^2 + a) + 2024 = 3 \times 1 + 2024 = 2027$ 。

11. 已知关于 x 的方程 $2x^2 - mx - m^2 = 0$ 有一个根是 1，求 m 的值；

【解答】把 $x = 1$ 代入方程 $2x^2 - mx - m^2 = 0$ ，得： $2 - m - m^2 = 0$

解方程 $m^2 + m - 2 = 0$ ， $(m+2)(m-1) = 0$ ， $\therefore m_1 = -2$ ， $m_2 = 1$ 。

12. 解下列方程：

(1) $(x-1)^2 = 4$ ；

(2) $(x+2)^2=3$;

(3) $(x-4)^2-25=0$;

(4) $(2x+3)^2-5=0$.

【答案】(1) $x_1=3$, $x_2=-1$;

(2) $x_1=\sqrt{3}-2$, $x_2=-\sqrt{3}-2$;

(3) $x_1=9$, $x_2=-1$;

(4) $x_1=\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$, $x_2=\frac{-3-\sqrt{5}}{2}$;

13. 用直接开平方法解下列方程.

(1) $(2x+3)^2=(3x+2)^2$;

(2) $(\frac{x+1}{3}-x)^2=4$;

(3) $x^2-2x+1-25(2x-1)^2=0$.

【答案】(1) $x_1=1$, $x_2=-1$;

(2) $x_1=-\frac{5}{2}$, $x_2=\frac{7}{2}$;

(3) $x_1=\frac{4}{9}$, $x_2=\frac{6}{11}$.

14. 已知 $ax^2=b$ 的解是 $x_1=2$, $x_2=-2$, 求 $a(x-2)^2=b$ 的解.

【答案】 $x_1=4$, $x_2=0$.

【分析】将 $x-2$ 看作一个整体, 由 $ax^2=b$ 的解是 $x_1=2$, $x_2=-2$, 可知方程 $a(x-2)^2=b$

的解为 $x_1-2=2$, $x_2-2=-2$, 解得 $x_1=4$, $x_2=0$.

15. 关于 x 的方程 $a(x+m)^2+b=0$ 的解是 $x_1=2$, $x_2=-1$, (a, b, m 均为常数, $a \neq 0$),

则方程 $a(x+m+2)^2+b=0$ 的解是 $\underline{\quad} x_1=0, \underline{\quad} x_2=-3 \underline{\quad}$.

【解答】解: $\because$ 关于 x 的方程 $a(x+m)^2+b=0$ 的解是 $x_1=2$, $x_2=-1$, (a, m, b 均为常数, $a \neq 0$),

∴ 方程 $a(x+m+2)^2+b=0$ 变形为 $a[(x+2)+m]^2+b=0$, 即此方程中 $x+2=2$ 或

$$x+2=-1,$$

解得 $x=0$ 或 $x=-3$.

故答案为: $x_1=0$, $x_2=-3$.

习题 L9-02：一元二次方程及其解法（二）

参考答案与试题解析

1. 用配方法解下列方程.

(1) $x^2 - 6x = 1$;

(2) $x^2 + \frac{10}{3}x + 1 = 0$;

(3) $x(x-2) = 5$;

(4) $x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$;

(5) $y^2 - \sqrt{2}y - \frac{1}{4} = 0$;

(6) $(y-2)^2 = y+7$.

【答案】(1) $x_1 = 3 + \sqrt{10}$, $x_2 = 3 - \sqrt{10}$;

(2) $x_1 = -\frac{1}{3}$, $x_2 = -3$;

(3) $x_1 = 1 + \sqrt{6}$, $x_2 = 1 - \sqrt{6}$;

(4) $x_1 = 3 - 2\sqrt{3}$, $x_2 = -3 - 2\sqrt{3}$;

(5) $y_1 = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$, $y_2 = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2}$;

(6) $y_1 = \frac{5 + \sqrt{37}}{2}$, $y_2 = \frac{5 - \sqrt{37}}{2}$.

2. 关于用配方法解一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0, b^2 - 4ac \geq 0)$, 小明提出一种方法

$$\because ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0),$$

$$\therefore 4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0$$

$$\therefore 4a^2x^2 + 4abx + b^2 = b^2 - 4ac$$

...

(1) 请你把小明的过程补充完整;

(2) 请用上述方法解方程: $3x^2 - 4x - 1 = 0$.

【解答】解：（1） $\because ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ ，

$$\therefore 4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0,$$

$$\therefore 4a^2x^2 + 4abx + b^2 = b^2 - 4ac,$$

$$\therefore (2ax + b)^2 = b^2 - 4ac,$$

$$\therefore 2ax + b = \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

$$(2) \quad 3x^2 - 4x + 1 = 0,$$

$$36x^2 - 48x + 12 = 0,$$

$$36x^2 - 48x + 16 = 16 - 12,$$

$$(6x - 4)^2 = 4, \text{ 解得 } x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{3}.$$

3. 若关于 x 的一元二次方程 $3x^2 + bx + c = 0$ (b 、 c 是常数) 配方后为 $(x-1)^2 = \frac{8}{3}$ ，

则 bc 的值为_____.

【答案】30.

【解答】解： $(x-1)^2 = \frac{8}{3}$ ，展开得 $3x^2 - 6x - 5 = 0$ ， $\therefore b = -6$ ， $c = -5$ ， $\therefore bc = (-6) \times (-5) = 30$ ．

4. 阅读并回答问题.

求一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的根（用配方法）.

解： $ax^2 + bx + c = 0$ ，

$\because a \neq 0$ ， $\therefore x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ ，第一步

移项得： $x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$ ，第二步

两边同时加上 $(\frac{b}{2a})^2$ ，得 $x^2 + \frac{b}{a}x + (\frac{b}{2a})^2 = -\frac{c}{a} + (\frac{b}{2a})^2$ ，第三步

整理得： $(x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$ 直接开方得 $x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$ ，第四步

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

$$\therefore x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad \text{第五步}$$

上述解题过程是否有错误？若有，说明在第几步，指明产生错误的原因，写出正确的过程；若没有，请说明上述解题过程所用的方法。

【解答】解：有错误，在第四步。

错误的原因是在开方时对 $b^2 - 4ac$ 的值是否是非负数没有进行讨论。

$$\text{正确步骤为：} \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2},$$

①当 $b^2 - 4ac \geq 0$ 时，

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}, \quad \therefore x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

②当 $b^2 - 4ac < 0$ 时，原方程无解。

5. 用公式法解下列方程：

(1) $2x^2 - 4x - 1 = 0$;

(2) $5x + 2 = 3x^2$;

(3) $(x - 2)(3x - 5) = 1$;

(4) $0.2x^2 + 5 = \frac{3}{2}x$.

【答案】(1) $x_1 = \frac{2 + \sqrt{6}}{2}, \quad x_2 = \frac{2 - \sqrt{6}}{2}$;

(2) $x_1 = 2, \quad x_2 = -\frac{1}{3}$;

(3) $x_1 = \frac{11 + \sqrt{13}}{6}, \quad x_2 = \frac{11 - \sqrt{13}}{6}$;

(4) 原方程没有实数根。

6. 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2 + 2x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，则 m 的取值范围是()

A. $m < -1$

B. $m > 1$

C. $m < 1$ 且 $m \neq 0$

D. $m > -1$ 且 $m \neq 0$

【答案】 D

【分析】由题意， $m \neq 0$ 且 $\Delta > 0$ ，即 $2^2 - 4 \cdot m \cdot (-1) > 0$ ，解得 m 的取值范围。

7. 已知方程 $x^2 + 2(k - 4)x + k^2 + 6k + 2 = 0$ 有两个相等的实数根，求 k 的值，并求出

此时方程的根.

【解答】解：∵方程 $x^2 + 2(k-4)x + k^2 + 6k + 2 = 0$ 有两个相等的实数根，

∴ $[2(k-4)]^2 - 4(k^2 + 6k + 2) = 0$ ，解得 $k = 1$ ，代入方程得 $x^2 - 6x + 9 = 0$ ，解得 $x = 3$ 。

8. 探索关于 x 的方程 $(b-x)^2 - 4(a-x)(c-x) = 0$ 的实数根的情况 (a 、 b 、 c 均为实数)。

【解答】方程可整理为： $3x^2 + (2b - 4a - 4c)x + (4ac - b^2) = 0$ ，

其判别式为： $\Delta = (2b - 4a - 4c)^2 - 12(4ac - b^2)$

$$= 8(2b^2 + 2a^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ac) = 8(a-b)^2 + 8(a-c)^2 + 8(b-c)^2$$

所以，当 $a = b = c$ 时，原方程有两个相等的实数根，

除此之外，原方程有两个不相等的实数根。

习题 L9-03：一元二次方程及其解法（三）

参考答案与试题解析

1. 用因式分解法解下列方程：

(1) $(2x+1)^2 - x^2 = 0$;

(2) $(x-1)(x+2) = 2(x+2)$;

(3) $x^2 + 3x - 4 = 0$;

(4) $(2x-1)^2 + 3(2x-1) + 2 = 0$.

【答案】 (1) $x_1 = -\frac{1}{3}$, $x_2 = -1$;

(2) $x_1 = -2$, $x_2 = 3$;

(3) $x_1 = 1$, $x_2 = -4$;

(4) $x_1 = 0$, $x_2 = -\frac{1}{2}$.

2. 解方程：

(1) $x^2 = x + 56$;

(2) $x^2 + 8x + 9 = 0$;

(3) $(3x-4)^2 = (3-4x)^2$.

【答案】 (1) $x_1 = 8$, $x_2 = -7$;

(2) $x_1 = -4 + \sqrt{7}$, $x_2 = -4 - \sqrt{7}$;

(3) $x_1 = -1$, $x_2 = 1$.

3. 用适当方法解下列方程：

(1) $(3x-1)^2 = 1$;

(2) $2(x+1)^2 = x^2 - 1$;

(3) $(2x-1)^2 + 2(2x-1) = 3$;

(4) $(y+3)(1-3y) = 1 + 2y^2$.

【答案】(1) $x_1 = \frac{2}{3}$, $x_2 = 0$;

(2) $x_1 = -1$, $x_2 = -3$;

(3) $x_1 = -1$, $x_2 = 1$;

(4) $y_1 = \frac{-4+\sqrt{26}}{5}$, $y_2 = \frac{-4-\sqrt{26}}{5}$

4. 若 x_1 , x_2 是方程 $x^2 - 6x - 7 = 0$ 的两个根, 则()

A. $x_1 + x_2 = 6$ B. $x_1 + x_2 = -6$ C. $x_1 x_2 = \frac{7}{6}$ D. $x_1 x_2 = 7$

【答案】A.

5. 若 $x_1 = m$, $x_2 = n$ 是一元二次方程 $x^2 - 2x - 5 = 0$ 的两个实数根, 则

$mn - m - n =$ _____.

【答案】-7.

【解答】由题意得, $m + n = 2$, $mn = -5$, $\therefore mn - m - n = mn - (m + n) = -7$.

6. 设 x_1 , x_2 是方程 $2x^2 + 4x - 3 = 0$ 的两根, 利用根与系数关系求下列各式的值:

(1) $(x_1 + 1)(x_2 + 1)$;

(2) $x_2 x_1 + x_1 x_2$;

(3) $x_1^2 + x_1 x_2 + 2x_1$.

【解答】解: $\because x_1, x_2$ 是方程 $2x^2 + 4x - 3 = 0$ 的两个根, $\therefore x_1 + x_2 = -2$, $x_1 x_2 = -\frac{3}{2}$,

(1) 原式 $= x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2 + 1 = -\frac{3}{2} - 2 + 1 = -\frac{5}{2}$;

(2) 原式 $= -\frac{3}{2} \times 2 = -3$;

(3) $\because x_1$ 是方程 $2x^2 + 4x - 3 = 0$ 的根, $\therefore 2x_1^2 + 4x_1 - 3 = 0$, $\therefore x_1^2 + 2x_1 = \frac{3}{2}$,

$\therefore x_1^2 + x_1 x_2 + 2x_1 = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 0$.

7. 设 x_1 、 x_2 是方程 $2x^2 + 5x - 7 = 0$ 的两个根, 则 $x_1^2 + x_2^2$ 的值为_____.

【解答】由题意, $x_1 + x_2 = -\frac{5}{2}$, $x_1 \cdot x_2 = -\frac{7}{2}$,

则 $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = \frac{53}{4}$.

8. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (k-2)x - 1 = 0$ 的两实数根互为相反数, 则 k 的值为 _____.

【答案】2.

【分析】由一元二次方程根与系数的关系得 $-(k-2)=0$, 据此解出 k 即可.

9. 已知关于 x 的一元二次方程: $x^2 - 2(-a+1)x + a^2 - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根 x_1 , x_2 ; 且有 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2$, 求 a 的值及方程两根 x_1 , x_2 .

【解答】解: 由题意, $\Delta = 4(-a+1)^2 - 4(a^2 - 1) > 0$, 解得 $a < 1$;

$$\text{又 } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{2(-a+1)}{a^2 - 1} = 2, \text{ 解得 } a_1 = -2, a_2 = 1(\text{舍}).$$

把 $a = -2$ 代入原方程, 原方程可化为 $x^2 - 6x + 3 = 0$,

$$\text{解得 } x_1 = 3 + \sqrt{6}, x_2 = 3 - \sqrt{6}.$$

10. 已知关于 x 的方程 $kx^2 - 2(k+1)x + k - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根.

(1) 求 k 的取值范围.

(2) 是否存在实数 k , 使此方程的两个实数根的倒数和等于 1? 若存在, 求出 k 的值; 若不存在, 说明理由.

【解答】解: (1) $\because$ 方程 $kx^2 - 2(k+1)x + k - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根,

$$\therefore 4(k+1)^2 - 4k(k-1) > 0, \text{ 解得, } k > -\frac{1}{3}, \text{ 又 } k \neq 0, \therefore k > -\frac{1}{3} \text{ 且 } k \neq 0;$$

(2) 不存在.

$$x_1 + x_2 = \frac{2k+2}{k}, x_1 \cdot x_2 = \frac{k-1}{k},$$

$$\text{由题意得, } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 1, \text{ 即 } \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{2k+2}{k-1} = 1, \text{ 解得, } k = -3,$$

$$\therefore k > -\frac{1}{3} \text{ 且 } k \neq 0 \text{ 时方程有两个不相等的实数根,}$$

$\therefore$ 不存在实数 k , 使此方程的两个实数根的倒数和等于 1.

习题 L9-04：实际问题与一元二次方程

参考答案与试题解析

1. 海南省某企业 2023 年 2 月份利润为 160 万元，要使 4 月份的利润为 250 万元，则每月的平均增长率是()

- A. 15% B. 20% C. 25% D. 30%

【答案】 C

【解答】解：设每月的平均增长率是 x ，

由题意得： $160(1+x)^2 = 250$ ，

解得： $x_1 = 0.25 = 25\%$ ， $x_2 = -2.25$ （不符合题意，舍去）.

即每月的平均增长率是 25%.

2. 一种笔记本电脑，原来的售价是 15000 元，经过连续两年的降价，今年每台售价为 12150 元，每年降价的百分率相同.

(1) 求每年降价的百分率是多少？

(2) 若小明是去年购买这种笔记本的，那么与今年的售价相比，他多付了多少元？

【解答】解：(1) 设每年降价的百分率是 x ，根据题意可得：

$15000(1-x)^2 = 12150$ ，解得 $x_1 = 0.1$ ， $x_2 = 1.9$ （舍去）

答：每年降价的百分率为 10%.

(2) $15000 \times (1-10\%) - 12150 = 1350$ ，

答：多付了 1350 元.

3. 某病毒传播性极强，有一人感染，经过两轮传播后共有 361 人感染，假设每轮感染中平均一人感染人数相同，按这样的速度第三轮后共有()人被传染.

- A. 380 B. 6859 C. 7220 D. 6498

【答案】 B

【解答】解：设平均每人每轮感染 x 人，

由题意得： $1+x+x(x+1) = 361$ ，

解得： $x_1 = 18$ ， $x_2 = -20$ （不符合题意，舍去），

即平均每人每轮感染 18 人，

$\therefore 361(1+18) = 361 \times 19 = 6859$ （人），

即按这样的速度第三轮后共有 6859 人被传染。

4. 学校进行足球比赛，每两班比一场，计划安排 15 场比赛，请问共有几个班参加比赛？（ ）

- A. 5 B. 6 C. 5 或 6 D. 7

【答案】 B

【解答】解：设共有 x 个班参加比赛，

根据题意得： $\frac{1}{2}x(x-1) = 15$ ，解得： $x_1 = 6$ ， $x_2 = -5$ （不合题意，舍去），

即共有 6 个班参加比赛。

5. 中国男子篮球职业联赛（简称：CBA），分常规赛和季后赛两个阶段进行，采用主客场赛制（也就是参赛的每两个队之间都进行两场比赛）。2022–2023CBA 常规赛共要赛 240 场，则参加比赛的队共有（ ）

- A. 80 个 B. 120 个 C. 15 个 D. 16 个

【答案】 D

【解答】解：设参加比赛的队共有 x 支，

由题意得： $x(x-1) = 240$ ，解得： $x_1 = 16$ ， $x_2 = -15$ （不合题意舍去），

即参加比赛的队共有 16 个。

6. 某超市销售某种商品平均每天可售出 20 件，每件盈利 40 元，为了扩大销售，增加盈利，该店采取了降价措施，在每件盈利不少于 25 元的前提下，经过一段时间销售，发现销售单价每降低 1 元，平均每天可多售出 2 件。

（1）当每件商品降价多少元时，该商店每天销售利润为 1200 元？

（2）店主想要获得每天 1400 元的利润，小红认为不可能，请说明理由。

【解答】解：（1）设每件商品降价 x 元，则每件商品的销售利润为 $(40-x)$ 元，平均每天的销售量为 $(20+2x)$ 件，

根据题意得： $(40-x)(20+2x)=1200$ ，解得： $x_1=10$ ， $x_2=20$ ，

当 $x=10$ 时， $40-x=40-10=30>25$ ，符合题意；

当 $x=20$ 时， $40-x=40-20=20<25$ ，不符合题意，舍去；

答：当每件商品降价 10 元时，该商店每天销售利润为 1200 元；

(2) 该店每天不可能获得 1400 元的利润，理由如下：

设每件商品降价 y 元，则每件商品的销售利润为 $(40-y)$ 元，平均每天的销售量为 $(20+2y)$ 件，

根据题意得： $(40-y)(20+2y)=1400$ ，

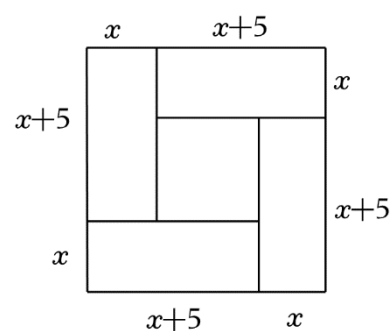
整理得： $y^2-30y+300=0$ ，

$\therefore \Delta=(-30)^2-4\times 1\times 300=-300<0$ ，

$\therefore$ 原方程没有实数根，

即该店每天不可能获得 1400 元的利润。

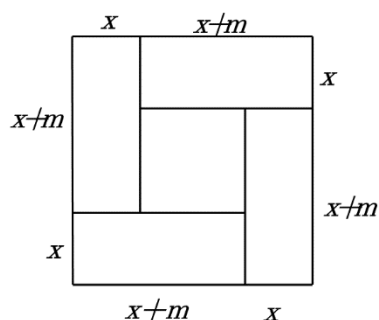
7. 我国古代数学家研究过一元二次方程的正数解的几何解法．以方程 $x^2+5x-14=0$ ，即 $x(x+5)=14$ 为例说明，《方图注》中记载的方法是：构造如图中大正方形的面积是 $(x+x+5)^2$ 同时它又等于四个矩形的面积加上中间小正方形的面积，即 $4\times 14+5^2$ ，因此 $x=2$ ．小明用此方法解关于 x 的方程 $x^2+mx-n=0$ 时，构造出同样的图形，已知大正方形的面积为 14，小正方形的面积为 4，则()



- A. $m=2$ ， $n=3$ B. $m=\frac{\sqrt{14}}{2}$ ， $n=2$ C. $m=\frac{5}{2}$ ， $n=2$ D. $m=2$ ， $n=\frac{5}{2}$

【答案】 D

【解答】 解：如图，



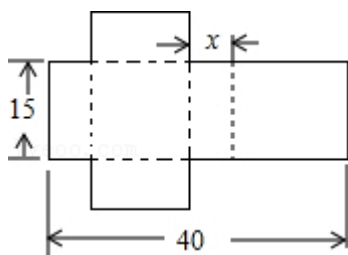
由题意得： $m^2 = 4$ ， $4n + 4 = 14$ ，

$$\therefore m = \sqrt{4} = 2, \quad n = \frac{5}{2}.$$

8. 已知一个包装盒的表面展开图如图.

(1) 若此包装盒的容积为 1125cm^3 ，请列出关于 x 的方程，并求出 x 的值；

(2) 是否存在这样的 x 的值，使得此包装盒的容积为 1800cm^3 ？若存在，请求出相应的 x 的值；若不存在，请说明理由.



【解答】解：(1) 设包装盒的高为 x ，根据题意得： $15x(20 - x) = 1125$

整理得： $x^2 - 20x + 75 = 0$ 解得： $x_1 = 15$ ， $x_2 = 5$

答：包装盒的高为 15cm 或 5cm .

(2) 不存在，理由如下：

根据题意得： $15x(20 - x) = 1800$

整理得： $x^2 - 20x + 120 = 0$

$$\Delta = (-20)^2 - 4 \times 1 \times 120 = -80 < 0,$$

$\therefore$ 此方程无实数根，

$\therefore$ 不存在这样的 x 的值，使得包装盒的容积为 1800 立方厘米.

习题 L9-05：二次函数的图象和性质（一）

参考答案与试题解析

1. 在下列函数中，哪些是二次函数？

(1) $y = x^2$;

(2) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$;

(3) $y = \frac{1}{x}$,

(4) $y = x + 2$;

(5) $y = x^2 - 2x + 2$;

(6) $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + 1$.

【解答】 (1)、(2)、(5)、(6) 是二次函数.

2. 如果函数 $y = (m-1)x^{m^2+1} - 2x + 5$ 是二次函数，则 m 的值是()

A. ± 1

B. -1

C. 2

D. 1

【答案】 B

【解答】 解：根据题意得： $m^2 + 1 = 2$ ，且 $m - 1 \neq 0$ ，解得： $m = -1$.

3. 不画图象，说出抛物线 $y = -\frac{3}{4}x^2$ 的对称轴、顶点坐标、开口方向及最高（低）点坐标.

【解答】 解：抛物线 $y = -\frac{3}{4}x^2$ 的对称轴为 y 轴，顶点坐标为 $(0,0)$ ，开口方向下，最高点坐标 $(0,0)$ ；

4. 对于函数 $y = 2x^2$ 下列说法：①当 x 取任何实数时， y 的值总是正的；② x 的值增大， y 的值也增大；③ y 随 x 的增大而减小；④图象关于 y 轴对称. 其中正确的是_____.

【答案】 ④

5. 在函数① $y = 3x^2$ ；② $y = \frac{1}{2}x^2$ ；③ $y = -\frac{4}{3}x^2$ 中，图象开口按从大到小的顺序排列的是()

A. ①②③

B. ①③②

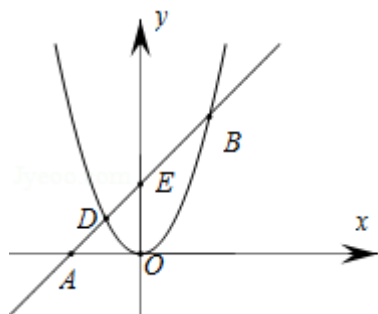
C. ②③①

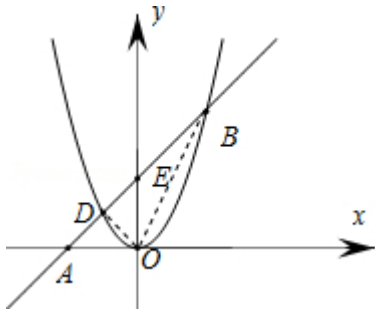
D. ②①③

【答案】 C.**【分析】** 根据 a 的绝对值越大, 开口越小求解.6. 当 m 取何值时, 抛物线 $y=x^2$ 与直线 $y=x+m$.

(1) 有公共点;

(2) 没有公共点.

【解答】 由题意得 $x^2 = x + m$, 整理得 $x^2 - x - m = 0$, $\Delta = (-1)^2 - 4(-m) = 4m + 1$.(1) $4m + 1 \geq 0$, $m \geq -\frac{1}{4}$, 有公共点;(2) $4m + 1 < 0$, $m < -\frac{1}{4}$, 没有公共点.7. 已知二次函数 $y=ax^2$ 的图象与直线 $y=2x-1$ 交于点 $P(1, m)$.(1) 求 a , m 的值;(2) 写出二次函数的解析式, 并指出 x 在什么范围内时, y 随 x 的增大而增大.**【解答】** (1) 点 $P(1, m)$ 在 $y=2x-1$ 的图象上 $\therefore m = 2 \times 1 - 1$, 解得 $m = 1$, 把 $(1, 1)$ 代入 $y = ax^2$, $\therefore a = 1$ (2) 二次函数表达式: $y = x^2$ 因为函数 $y = x^2$ 的开口向上, 对称轴为 y 轴, 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大.8. 已知一次函数 $y = x + 2$ 与二次函数 $y = x^2$ 交于点 D 与 B , $y = x + 2$ 与 x 轴、 y 轴的交点分别为点 A 与点 E , 求 $S_{\triangle ODB}$ 的值.**【解答】**



解：如图，连接 OD ， OB ，

联立一次函数 $y = x + 2$ 与二次函数 $y = x^2$ 可得 $\begin{cases} y = x + 2 \\ y = x^2 \end{cases}$ ，

解得 $\begin{cases} x_1 = -1 \\ y_1 = 1 \end{cases}$ ， $\begin{cases} x_2 = 2 \\ y_2 = 4 \end{cases}$ ，

则 B 点坐标为 $(2, 4)$ ， D 点坐标为 $(-1, 1)$ ，

当 $x = 0$ 时，一次函数 $y = x + 2 = 2$ ，

则 E 点坐标为 $(0, 2)$ ，

则 $S_{\triangle ODB} = S_{\triangle ODE} + S_{\triangle OBE} = 2 \times 1 \div 2 + 2 \times 2 \div 2 = 1 + 2 = 3$ 。

故 $S_{\triangle ODB}$ 的值为 3。