

L9 - 基础篇第 21 讲 - 随机事件与概率

例 1: “小明经过有交通信号灯的路口, 遇到绿灯”, 这个事件是 ()

A: 必然事件 B: 不可能事件 C: 随机事件 D: 确定性事件

例 2: 在一个不透明的袋子中装有除颜色外无其他差别的 3 个红球和 2 个白球, 从袋子中随机摸出 3 个球, 下列事件为必然事件的是 ()

A: 至少有 1 个是白球 B: 至少有 1 个是红球
C: 至少有 2 个是红球 D: 至少有 2 个是白球

例 3: 下列事件为随机事件的是 ()

A: 太阳从东方升起 B: 度量四边形内角和, 结果是 720°
C: 某射击运动员射击一次, 命中靶心 D: 2024 年是闰年

例 4: 在一个不透明的袋子中装有除颜色外无其他差别的 3 个红球和 2 个白球, 从中随机摸出一个球, 摸出红球的可能性 _____ 摸出白球的可能性 (选填“大于”“等于”“小于”)。要使摸出红球和白球的可能性相同, 可以往袋子中放入 _____ 个白球, 也可以从袋子中先拿出 _____ 个红球。

例 5: 对“明天晴天概率为 70%”的理解正确的是 ()

A: 明天一定是晴天 B: 明天一定不是晴天
C: 明天下雨的概率小于 50% D: 明天 70% 的时间是晴天

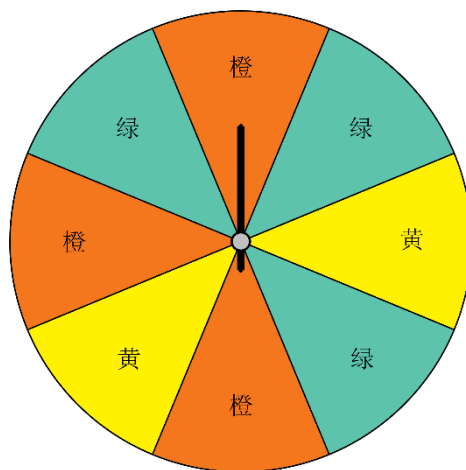
例 6: 扔一个质地均匀的骰子, 观察向上一面的点数, 求下列事件的概率:

- (1) 点数为 1;
- (2) 点数为质数。

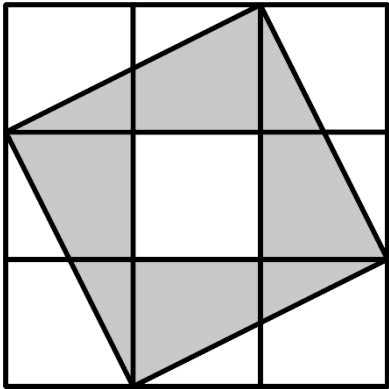
例 7: 从 $-1, \pi, -\frac{1}{2}$ 中任取一个数作为抛物线 $y = ax^2 + 2x + 1 (a \neq 0)$ 的二次项系数, 则抛物线开口向下的概率为 _____, 抛物线和 x 轴没有交点的概率为 _____。

例 8: 如图所示, 有一个可以自由转动的转盘, 转盘分为 8 个大小相同的扇形, 有橙、黄、绿三种颜色。指针的位置固定, 转盘停止转动后, 其中的某个扇形会恰好停在指针所指的位置 (指针指向两个扇形的交线时, 当作指向右边的扇形)。求下列事件的概率:

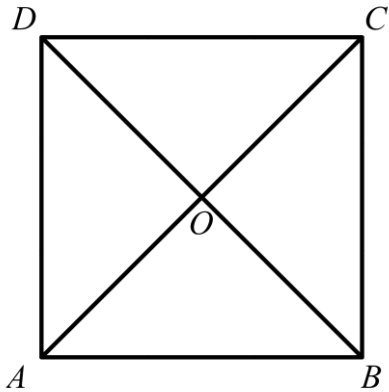
- (1) 指针指向橙色;
- (2) 指针指向橙色或绿色;
- (3) 指针不指向橙色。



例 9：小明把如图所示的 3×3 的正方形网格纸板挂在墙上玩飞镖游戏（每次飞镖均落在纸板上且落在纸板的任何一个点的机会都相等，则飞镖落在阴影区域的概率为_____。



例 10：如图，正方形的边长为2，中心为 O ，从 O, A, B, C, D 五点中任取两点，
 （1）求取到的两点间的距离为2的概率；
 （2）求取到的两点间的距离为 $2\sqrt{2}$ 的概率。



L9 - 基础篇第 22 讲 - 概率求解与估计

例 1：同时抛掷两枚质地均匀的硬币，求下列事件的概率：

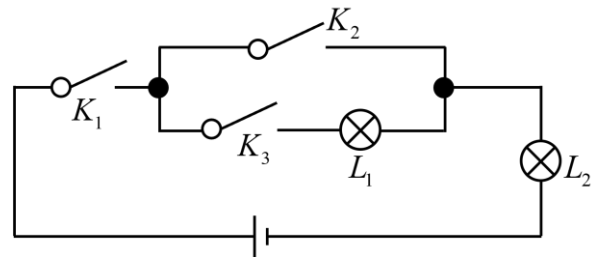
- (1) 两枚硬币全部正面向上；
- (2) 一枚硬币正面向上，一枚硬币反面向上。

例 2：同时抛掷两枚质地均匀的骰子，求下列事件的概率：

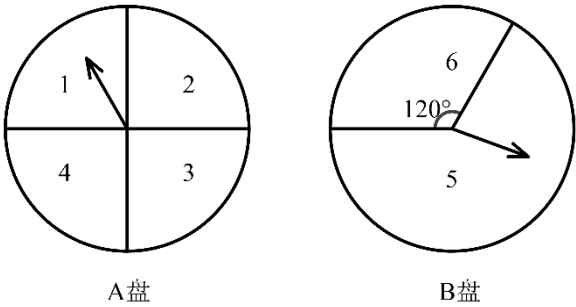
- (1) 点数和为 6；
- (2) 至少有一个骰子的点数为 2。

例 3：甲口袋装有 2 个小球，标号分别为①和②；乙口袋装有 2 个小球，标号分别为③和④，丙口袋装有 3 个小球，标号分别为⑤、⑥、⑦。从三个口袋中各随机取出一个小球，数字之和为偶数的概率是多少？

例 4：如图，随机闭合开关 K_1, K_2, K_3 中的两个，求能让灯泡 L_1, L_2 至少一盏发光的概率。



例 5：学校联欢会上有一个“转盘”游戏，用如图所示的两个均匀、可以自由转动的转盘做游戏。游戏规则如下： A 盘被分成面积相等的 4 个扇形， B 盘中小的扇形区域所占的圆心角是 120° 。分别任意旋转两个转盘，将 A 盘转出的数字与 B 盘转出的数字相乘，如果乘积是 4 的倍数则小红赢得游戏，如果乘积是 6 的倍数，则小明赢得游戏，这个游戏对双方公平吗？请说明你的理由。



例 6：在一个不透明的袋子中装有除颜色外无其他差别的 3 个红球和若干个白球，从中随机摸出一个球，重复大量试验后，发现摸到红球的频率稳定在 0.6 左右，则可估计袋子中有白球 _____ 个。

例 7：某超市要进一批鸡蛋进行销售，有 A, B 两家农场可供货，为了解两家提供的鸡蛋的大小，超市分别对 A, B 两农场的鸡蛋进行抽样检测，通过分析数据确定鸡蛋的供货商。

(1) 下列抽样方式中比较合理的是哪一种？

- ①分别从 A, B 两家提供的一箱鸡蛋中拿出最上面的两层(共 40 枚)鸡蛋，分别称出其每个鸡蛋的质量；
- ②分别从 A, B 两家提供的一箱鸡蛋中每一层随机抽 4 枚(共 40 枚)鸡蛋，分别称出其每个鸡蛋的质量。

(2) 在用合理的方法抽出两家提供的鸡蛋各 40 枚后，分别称出每个鸡蛋的质量，结果如下表(数据包括左端点不包括右端点):

	45g-47g	47g-49g	49g-51g	51g-53g	53g-55g
A 农场	2	8	15	10	5
B 农场	4	6	12	14	4

如果从这两家农场提供的鸡蛋中随机拿一个，分别估计两家鸡蛋质量在 $(50 \pm 3)\text{g}$ 范围内的概率。

L9 - 基础篇第 23 讲 - 反比例函数

例 1: 下列函数中, y 是 x 的反比例函数的是 ()

A: $y = 2x + 1$

B: $y = \frac{x}{2}$

C: $y = -\frac{9}{x}$

D: $y = \frac{2}{x-1}$

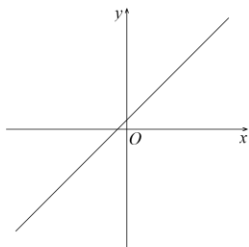
例 2: 已知 $y = (m^2 + 2m)x^{m^2-5}$ 是 y 关于 x 的反比例函数, 则 $m =$ _____。

例 3: 已知 y 是 x 的反比例函数, 且 $x = 3$ 时, $y = 10$, 求函数的解析式及 $x = 6$ 时 y 的值。

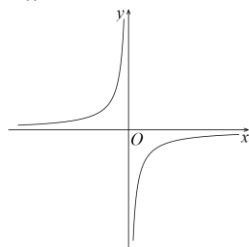
例 4: 已知 y 与 x^2 成反比例关系, 且 $x = 3$ 时, $y = 4$ 。请写出 y 关于 x 的函数解析式, 并指出 y 关于 x 是否是反比例函数。

例 5: 如果 y 是 z 的反比例函数, z 是 x 的正比例函数, 且 $x \neq 0$, 那么 y 与 x 具有怎样的函数关系?

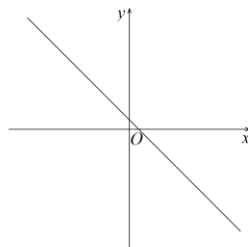
例 6: 关于 x 的函数 $y = \frac{k^2+2k+3}{x}$ 的大致图象是 ()



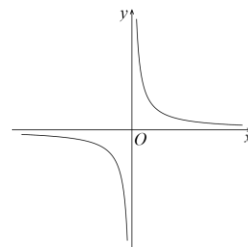
A.



B.



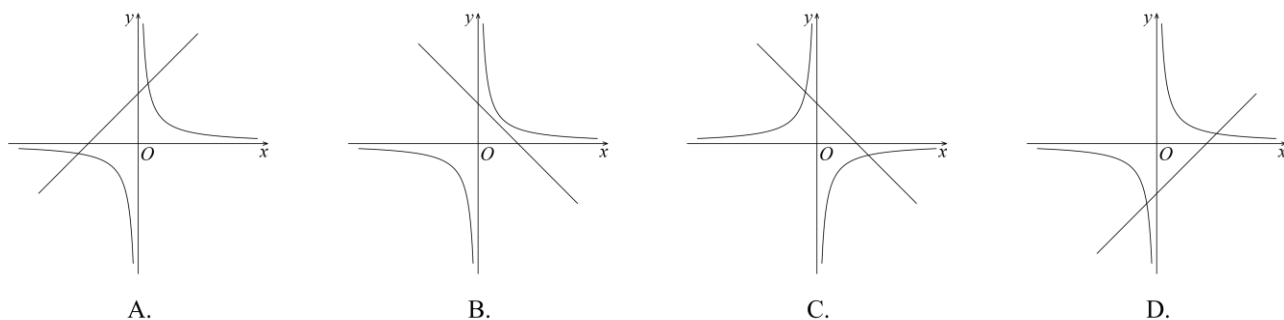
C.



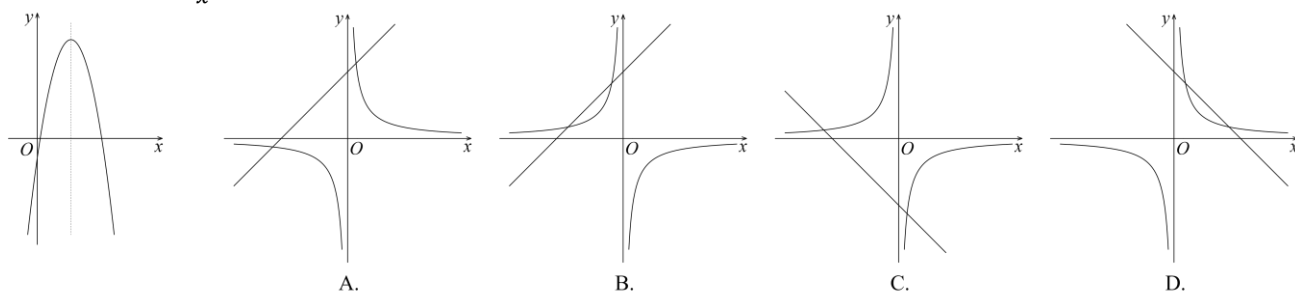
D.

例 7: 已知反比例函数 $y = \frac{5-k}{x}$ 的图象在第二、四象限, 则实数 k 的取值范围是_____。

例 8: 已知 $k \neq 0$, 一次函数 $y = kx + k$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象在同一坐标系中大致图象是 ()



例 9: 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 则在同一平面直角坐标系中, 函数 $y = ax + b$ 与 $y = \frac{ac}{x}$ 的图象大致是 ()



例 10: 已知反比例函数 $y = \frac{2}{x}$, 当 $x > 2$ 时, y 的取值范围是_____。

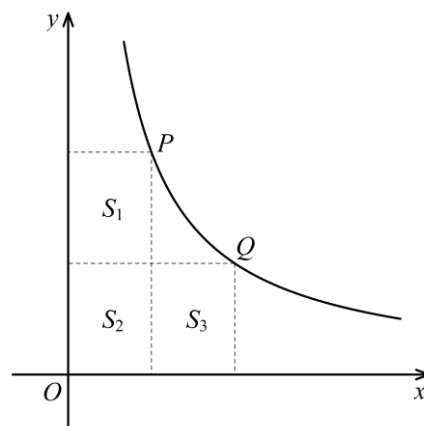
例 11: 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象在第二、四象限内, $A(2\sqrt{3}, y_1)$ 和 $B(\sqrt{11}, y_2)$ 分别是函数图象上两点, 则 ()

A: $y_1 > y_2$ B: $y_1 = y_2$ C: $y_1 > y_2$ D: 以上都不对

例 12: 对反比例函数 $y = \frac{5}{x}$, 下列结论中错误的是 ()

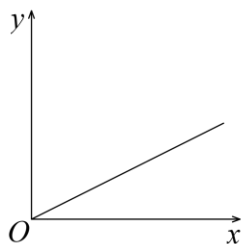
A: 函数图象位于第一、三象限 B: 函数图象与 x 轴和 y 轴都没有交点
C: 函数图象关于直线 $y = x$ 对称 D: y 随 x 的增大而减小

例 13: 如图, P, Q 是反比例函数 $y = \frac{5}{x}$ 图象上的两个点, 分别过 P, Q 作 x 轴和 y 轴的垂线, 构成图中的三个相邻且不重叠的小矩形, 其面积分别记为 S_1, S_2, S_3 , 已知 $S_2 = 2$, 则 $S_1 + S_3 =$ _____。

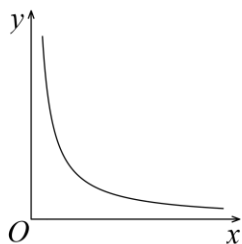


L9 - 基础篇第 24 讲 - 实际问题与反比例函数

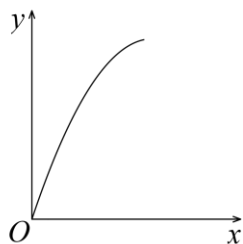
例 1: 矩形的面积一定, 其长 x 与宽 y 的函数关系图象是 ()



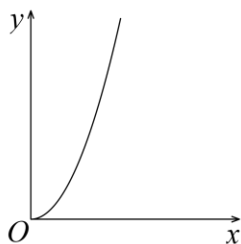
A.



B.

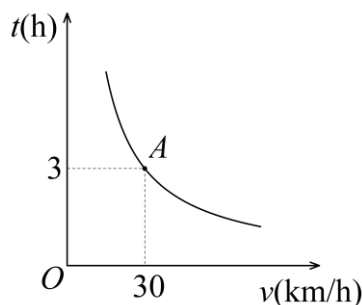


C.



D.

例 2: 一司机驾驶汽车匀速通过某段公路, 所需时间 t (小时) 可看作行驶速度 v (千米/小时) 的函数。图中所示为该函数图象的一部分, 假设公路限速为 60 千米/小时, 则汽车通过这段公路最少需要 _____ 小时。

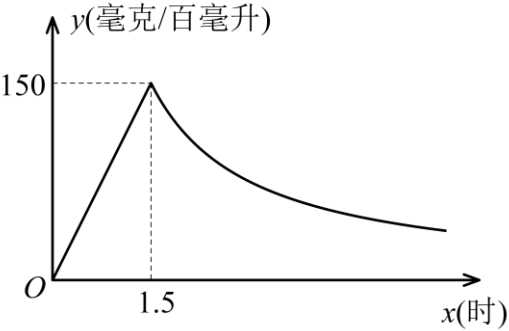


例 3: 面积一定的梯形, 其上底长是下底长的 $\frac{1}{3}$ 。设其上底长为 x , 高为 y , 已知当 $x = 5$ 时 $y = 6$ 。求高为4时, 下底长为多少?

例 4: 根据牛顿第二定律, 物体所受的力 $F(\text{N})$ 与物体的质量 $m(\text{kg})$ 、物体的加速度 $a(\text{m/s}^2)$ 满足关系式 $F = ma$ 。若在光滑的地面上有两辆相同的小车, 一辆是空车, 另一辆装有石头, 用同样大小的力拉这两辆小车, 哪辆车的加速度大? 为什么?

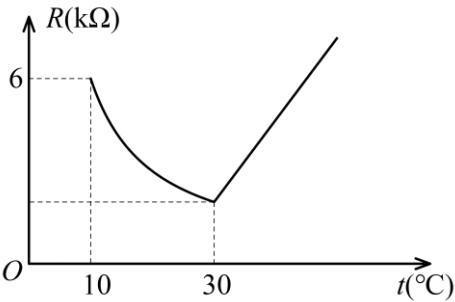
例 5：实验数据显示，一般成人喝半斤低度白酒后，1.5 小时内其血液中酒精含量 y (毫克/百毫升)与时间 x (时)成正比例；1.5 小时后(包括 1.5 小时) y 与 x 成反比例。根据图中提供的信息，解答下列问题：

- (1) 求一般成人喝半斤低度白酒后， y 与 x 之间的函数关系式；
- (2) 依据人的生理数据显示，当 $y \geq 80$ 时，肝部正被严重损伤，请问喝半斤低度白酒后，肝部被严重损伤持续多少小时？



例 6：家用电灭蚊器的发热部分使用了 PTC 发热材料，它的电阻 R ($k\Omega$) 随温度 t ($^{\circ}C$) (在一定范围内)变化的大致图象如图所示。通电后，发热材料的温度在由室温 $10^{\circ}C$ 上升到 $30^{\circ}C$ 的过程中，电阻与温度成反比例关系，且在温度达到 $30^{\circ}C$ 时，电阻下降到最小值；随后电阻随温度升高而增加，温度每上升 $1^{\circ}C$ ，电阻增加 $\frac{4}{15}k\Omega$ 。

- (1) 求温度在 $30^{\circ}C$ 时电阻 R 的值；
- (2) 求 $t \geq 10$ 时 R 和 t 之间的关系式；
- (3) 温度在什么范围内时，发热材料的电阻不超过 $6k\Omega$ ？



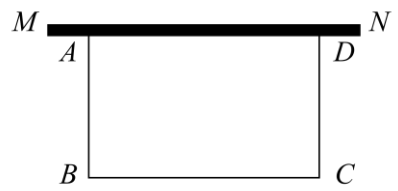
例 7：某商场销售一批进价为 10 元/个的新商品，为寻求合适的销售价格，他们进行了 4 天的试销。试销情况如下表：

	第一天	第二天	第三天	第四天
日销售单价 x （元）	20	30	40	50
日销售量 y （个）	300	200	150	120

- （1）根据试销情况，小明猜测 y 与 x 满足反比例关系，请求出其解析式；
（2）在（1）的条件下，若该商场计划每天销售这种商品的利润要达到 3600 元，问该商品销售单价应定为多少元？

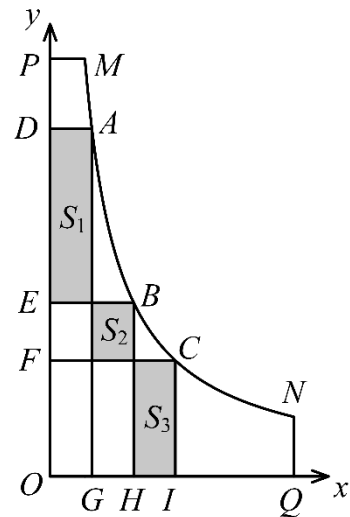
例 8：如图，墙 MN 长为 12 米，要利用这面墙围一个矩形小院，面积为 60 平方米，现有建材能建围墙总长至多 26 米，设 $AB = x$ （米）， $BC = y$ （米）。

- （1）写出 y 与 x 之间的函数解析式；
（2）若要求 x 和 y 都取整数，且小院的长宽比尽可能的小， x 应取何值。



例 9：如图，公园的一段人行弯道 MN （不计宽度）与两面互相垂直的围墙 OP, OQ 之间有一块空地 $MPOQN$ （ $MP \perp OP, NQ \perp OQ$ ）。弯道 MN 上任一点到两边围墙的垂线段与围墙所围成的矩形的面积都相等（比如矩形 $DOGA$ 、矩形 $EOHB$ 和矩形 $FOIC$ ）。如图建立平面直角坐标系，图中三个阴影部分的面积分别记为 S_1, S_2, S_3 ，已知 $S_2 = 6$ （平方米）， $OG = GH = HI$ 。

- （1）求 S_1 和 S_3 的值；
- （2）设 $T(x, y)$ 是弯道 MN 上的任一点，写出 y 关于 x 的函数关系式；
- （3）公园准备对区域 $MPOQN$ 内部进行绿化改造，在横坐标、纵坐标都是偶数的点处种植花木（区域边界上的点除外），已知 $MP = 2$ 米， $NQ = 3$ 米，问一共能种植多少棵花木？



L9 - 基础篇第 25 讲 - 反比例函数综合

例 1: 直线 $y = x + b$ 与双曲线的 $y = \frac{k}{x}$ 一个交点为 $(1, 2)$, 则另一个交点坐标为_____。

例 2: 已知点 (a, b) 是直线 $y = x - 1$ 和双曲线 $y = \frac{10}{x}$ 的一个交点, 则 $a^2 + b^2 =$ _____。

例 3: 已知 $k > 0$, 直线 $y = kx$ 与双曲线 $y = \frac{5}{x}$ 交于 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 两点, 则 $x_1 y_2 - 3x_2 y_1 =$ _____。

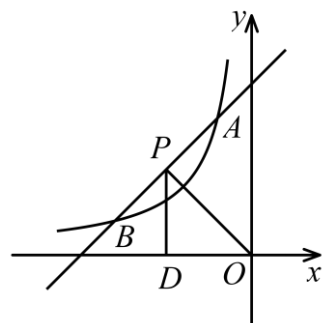
例 4: 若直线 $y = x + 2$ 与双曲线 $y = -\frac{k}{x}$ 的图象有唯一的公共点, 且直线 $y = x + m$ 与双曲线 $y = -\frac{k}{x}$ 的图象有两个公共点, 则实数 m 的取值范围是_____。

例 5: 如图, 一次函数 $y = x + b$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 的图象交于点 $A(m, 4)$ 和 $B(-4, 1)$ 。

(1) 求 b, k, m 的值;

(2) 根据图象直接写出 $x + b < \frac{k}{x}$ 的解集;

(3) 点 P 是线段 AB 上一点, 过点 P 作 $PD \perp x$ 轴于点 D , 连接 OP , 若 $\triangle POD$ 的面积为 $\frac{25}{8}$, 求点 P 的坐标。



例 6: 一次函数 $y = x + 1$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 在第一象限的图象、 x 轴分别交于 A, B 两点, 且点 A 的横坐标为 1。将直线 $y = x + 1$ 向下平移 $m(m > 0)$ 个单位长度后, 与 y 轴、反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 在第一象限的图象分别交于点 M, N 。当 $MN = AB$ 时, 求 m 的值。

例 7: 如图, A, B 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象在第一象限上任意两点, 过 A, B 分别作 x 轴的垂线, 垂足分别为 P, Q , 连接 AB, OA, OB 。

(1) 求证: $S_{\triangle OAB} = S_{\text{梯}APQB}$;

(2) 设 $A(1, 4), B(4, 1)$, 连接 AO 并延长, 与反比例函数在第三象限交于点 E , 连接 BE , 求 $\triangle AEB$ 的面积。

